

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية  
الشعبية

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

جامعة الدكتور الطاهر مولاي سعيـدة

Université Saida Dr Tahar Moulay –

Faculté de TECHNOLOGIE



*Département D'électronique*

*Spécialité Instrumentation Médical Master 2*

***MEMOIRE DE PROJET DE FIN D'ETUDES***

***Pour l'obtention du Diplôme de***

***MASTER en GENIE BIOMEDICAL***

**Par :** Nom et Prénom

*Boudia Imene*

*Chenfi Naima*

**Sujet**

***La tomographie par émission de positrons (TEP), étude et reconstruction***

---

Soutenu publiquement en Septembre 2021, devant le jury composé de :

**Mr. BENALLOU Yacine**

Univ. Saida

Président

**Mr. MANSOURI Boualem**

Univ. Saida

Rapporteur

**Mr. HARZELLAOUI Abdelkader**

Univ. Saida

Examineur

---

Année universitaire 2020/2021

## Remerciement :

*Tout d'abord je remercie le bon dieu le tout puissant pour son aide et pour nous avoir donné la patience et la volonté pour réussir ce modeste travail.*

*Au terme de ce mémoire, nos vifs remerciements sont adressés en premier lieu à notre encadreur Monsieur Mansouri Boualem pour avoir bien voulu accepter de nous encadrer, pour leurs conseils et leurs remarques qui étaient d'un grand apport pour la finalisation de cette modeste recherche.*

*On tient également à remercier très sincèrement le jury, qui a consacré une partie de son temps à examiner ce modeste travail.*

*Nos remerciements vont également à toute les personnes ayant collaboré de loin ou de près à réaliser ce travail.*

*On saisit l'occasion pour exprimer notre gratitude à tous nos enseignants pendant tout notre parcours universitaire, qui ont contribué à notre formation.*

*Finalement, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à nos familles qui nous*

*Ont toujours soutenues et à tout ce qui participe de réaliser ce mémoire.*

## *Dédicaces*

*A mon cher père  
Pour sa patience et ses considérables sacrifices pour me  
parvenir à ce niveau.*

*A ma chère mère  
Pour son grand amour, ses sacrifices et toute l'affection  
qu'elle m'a toujours offerte.*

*Spécialement à mes frères Amine et Mohammed .  
A ma chère sœur Hadjira qui s'est tenue à mes cotés et  
m'a soutenu dans mon travail ainsi que toute ma famille.*

*Mes amis, et toutes les personnes positives que j'ai  
rencontrées dans ma vie.*



*Boudia Imene*



Avec l'expression de ma reconnaissance, je dédie ce modeste travail à ceux qui, quels que soient les termes embrassés, je n'arriverais jamais à leur exprimer mon amour sincère.

À la femme qui a souffert sans me laisser souffrir, qui n'a jamais dit non à mes exigences et qui n'a épargné aucun effort pour me rendre heureuse: mon adorable mère « **Khaira** ».

À l'homme, mon précieux offre du dieu, qui doit ma vie, ma réussite et tout mon respect :  
mon cher père « **Mohamed** ».

À ma cher frère « **Khaled** » qui n'ont pas cessé de me conseiller, encourager et soutenir tout au long de mes études. Que Dieu le protège et l'offre la chance et le bonheur.

À mes belles sœurs « **Fatiha** » « **Asmaa** » « **Hayat** » « **Sabrina** » « **wissam** »

À mes amis « **Toufik** » « **Abdelhak** » « **Halim** »



Chenafi Naima

## Résumé

Habituellement, les examens TEP et TDM sont réalisés séquentiellement (TDM puis TEP), à des moments différents, sur des systèmes indépendants généralement contigus. De plus, alors qu'une acquisition TDM ne dure que quelques dizaines de secondes et fournit des images que l'on peut qualifier d'instantanées, une acquisition TEP nécessite en moyenne une vingtaine de minutes et produit des images moyennées dans le temps. Ainsi pour accéder à la fusion sur un même support des informations anatomiques et fonctionnelles, on a au préalable recours à un recalage des volumes TEP et TDM reconstruits. Ce recalage est relativement trivial et correct lorsqu'il concerne des structures figées comme le crâne, car les déformations appliquées sont rigides (rotation, translation, mise à l'échelle). Toutefois, lorsque les volumes imagés contiennent des structures mobiles et déformables comme les poumons ou les organes de l'abdomen, le recalage doit nécessairement être élastique, ce qui introduit une incertitude sur la véracité des informations fusionnées. De plus, il est dans ces conditions extrêmement difficile de prendre en compte les mouvements physiologiques tels que la respiration

# Table Des Matières

Remerciement.....	I
Résumé.....	II
Sommaire.....	III
Liste des tableaux.....	V
Liste des Figures.....	VI
Liste des Abréviation.....	VII
Introduction générale.....	1

## **Chapitre I : Généralité d'imagerie TDM et TEP**

I Introduction.....	03
I .1 .1 Définition.....	03
I .1 .2 Le rôle de L'imagerie médicale .....	04
I .1 .3 Le scanner dans l'imagerie médicale .....	05
I .2 Généralités sur le scanner .....	05
I .2.1 Définition.....	05
I .2.2 Principe de fonctionnement.....	06
I .2.3 Les modes d'acquisition .....	08
I .2.4 Fenêtrage .....	09
I .3 Imagerie médicale TEP .....	10
I .3.1 Définition .....	10
I .3.2 Principe de fonctionnement de TEP.....	11
I .3.3 Traceur radioactif.....	12
I .3.4 Désintégration $\beta^+$ et émission du positon .....	13
I .3.5 Phénomène d'annihilation .....	13
I.4 Conclusion.....	14

## Chapitre II : Les méthodes de reconstruction

II.1 Introduction .....	15
II.2 Mode d'acquisition des données.....	15
II.2.1 Acquisition des données TEP.....	15
II.3 Rangement des données TEP : mode sinogramme.....	16
II.4 Mode de reconstruction des données.....	17
II.4.1 Problème inverse.....	17
<i>II.5 Reconstruction des images TEP</i> .....	18
II.5.1 Méthodes analytiques.....	19
II.5.2 Transformée de Radon 2D.....	19
II.5.3 Transformée de FOURIER d'une image.....	21
II.5.4 Théorème de la coupe centrale .....	22
II.6 Conclusion .....	24

## Chapitre III : Reconstruction des images TEP

III.1 Introduction .....	25
III.2.1 Méthodes analytiques.....	25
III.2.2 Simple rétroprojection .....	25
III.2.3 Méthode de rétroprojection filtrée .....	27
III.3 Simulation .....	31
<i>III.4 Conclusion</i> .....	34
<i>Conclusion générale</i> .....	35
Bibliographie.....	

Liste des abréviations

- TEP : Tomographie par Emission de Positron.
- X : les rayons x
- TDM : Tomodensitométrie.
- dB : Décibel.
- $\gamma$  : Photons gammas.
- RF : Radio Fréquence.
- TR : Temps de Répétition.
- R2 : Transformée de Radon en 2D.
- TF1 : Transformée de Fourier 1D.
- TF2 : Transformée de Fourier 2D.
- FBP : Filtre Back Projection.
- $D$  : Dérivation.
- $\mathcal{H}$  : Transformée de Hilbert.
- $F_1^{-1}$ : Transformée de Fourier inverse 1D
- $F_2^{-1}$ : Transformée de Fourier inverse 2D

*Liste des figures*

<b>Figure I.1</b>	<i>Les modalités d'imagerie médicale</i>	<b>Page 04</b>
<b>Figure I.2</b>	composants d'un scanner	<b>Page 05</b>
<b>Figure I.3</b>	Principe de fonctionnement du scanner	<b>Page 05</b>
<b>Figure I.4</b>	(a) Acquisition du scanner séquentiel, (b) Acquisition hélicoïdal	<b>Page 10</b>
<b>Figure I.5</b>	Les Fenêtres(a) Fenêtre totale, (b) Fenêtre de	<b>Page 11</b>
<b>Figure I.6</b>	les Fenêtres(a) Fenêtre " tissu mou ", (b) Fenêtre " os ",(c) Fenêtre " air	<b>Page 11</b>
<b>Figure I.7</b>	Exemple de Tomographie par Emission de Postion	<b>Page 11</b>
<b>Figure I.8</b>	Schéma du processus complet de la TEP	<b>Page 12</b>
<b>Figure II.1</b>	Synthèse chimique du (a) glucose, (b) 18F-FDG	<b>Page 12</b>
<b>Figure II.2</b>	Phénomène d'annihilation	<b>Page 14</b>
<b>Figure II.3</b>	Figure II.3 – Principe de reconstruction d'un sinogramme	<b>Page 17</b>
<b>Figure III.1</b>	Illustration de la transforme de Radon en 2D. (a) espace objet, (b) espace de Radon.	<b>Page 20</b>
<b>Figure III.2</b>	principe du théorème de la coupe centrale.	<b>Page 22</b>
<b>Figure III.3</b>	Principe de la reconstruction par épandage. À gauche, une zone d'hyperactivité est représentée en noir, et les LOR passant par cette zone la mesurent. À droite, la Propagation et la sommation des valeurs mesurées le long des LOR permettent de retrouver Une localisation de l'hyperactivité.	<b>Page 26</b>
<b>Figure III.4</b>	Exemple de reconstruction par rétroprojection : un objet simulé (a) est rétroprojeter en utilisant b)2, c)4, d)8, e)16 et f)32 angles de rétroprojection.	<b>Page 26</b>
<b>Figure III.5</b>	De la détection d'une paire de photons aux projections parallèles	<b>Page 27</b>

## *Listes Des Figures*

- Figure III.6** Schéma des méthodes de la transformée de Fourier directe. **Page 28**
- Figure III.7** Illustration du filtre rampe. **Page 29**
- Figure III.8** Algorithme de rétroprojection filtrée **Page30**

*Liste des Tableaux*

**Tableau II.1**

les différents algorithmes utilisés pour le calcul de la transformée de Radon inverse

**Page 23**

# *Introduction*

## **Introduction Générale**

L'imagerie médicale a connu ses débuts dès la fin du XIXe siècle avec les premières radiographies à rayons X obtenues par Roentgen. La découverte de la radioactivité naturelle, puis de la radioactivité artificielle durant la première moitié du XXe siècle, et le développement par les physiciens des techniques expérimentales pour étudier les phénomènes nucléaires, puis corpusculaire, ont permis une évolution spectaculaire de l'imagerie médicale et particulièrement de la tomographie informatisée dans la seconde moitié du XXe siècle. C'est ainsi que les plages du spectre électromagnétique pour lesquelles les tissus vivants ont une certaine transparence ont été exploitées par différentes modalités d'imagerie : les ondes radio pour l'imagerie par résonance magnétique (IRM), les rayons X pour la tomodensitométrie (TDM), ou encore les rayons gamma pour la tomographie par émission monophotonique (TEMP) et pour la tomographie par émission de positons (TEP).

Bien que les informations (anatomiques ou fonctionnelles) que l'on recherche à travers ces différentes modalités sont bien souvent complémentaires, donc potentiellement intéressantes à combiner, celles-ci sont la plus part du temps obtenues séparément en routine clinique, ce qui les rend difficiles à corréler entre elles. C'est pourquoi un des défis de l'imagerie biomédicale en ce début de XXIe siècle, est de concevoir de nouveaux systèmes d'imagerie dits hybrides permettant d'obtenir simultanément les différentes informations recherchées. Un premier pas avait déjà été franchi dans cette direction au début des années 1990 avec le développement de systèmes TEMP/TDM et TEP/TDM [24] permettant de superposer et de fusionner les données anatomo-fonctionnelles obtenues respectivement par le TDM et le TEMP ou le TEP. L'impact diagnostique de cette avancée technologique est tel qu'aujourd'hui, pratiquement tous les systèmes TEP installés en milieu clinique sont des systèmes bimodaux TEP/TDM contigus. Néanmoins, leur juxtaposition implique que l'acquisition soit séquentielle, ce qui entraîne dans certains cas des difficultés quant à la précision du recalage des volumes reconstruits, en raison notamment des mouvements physiologiques (respiration, battements cardiaques, mouvements péristaltiques). Il convient donc de pouvoir mettre en œuvre des systèmes d'acquisition multimodaux réellement simultanés, partageant un même champ de vue, dont les avantages seraient multiples et permettraient de corréler spatialement, en temps réel, les différentes informations enregistrées moyennant des acquisitions synchronisées sur un signal physiologique.

L'approche qui a été développée dans l'équipe imXgam du CPPM est de combiner sur un unique support rotatif les modules de détection de la caméra pour petit animaux ClearPET avec un détecteur de rayons X à comptage de photons dans le but d'acquérir simultanément des images anatomiques (TDM) et fonctionnelles (TEP) du même champ de vue.

# *Chapitre I :*

*Généralité d'imagerie TDM et TEP*

## **I Introduction**

Comment peut-on étudier la physiologie ou le métabolisme du corps humain sans interagir directement avec celui-ci ? La réponse se trouve dans l'imagerie médicale.

L'imagerie médicale regroupe les moyens d'acquisition et de restitution d'images sur la base de plusieurs phénomènes physiques tels que la résonance magnétique, la radioactivité, l'absorption et atténuation des r-X, la réflexion d'ondes d'ultrasons, l'effet photoélectrique, etc.

Dans le but de bien comprendre toutes les techniques existantes, nous aborderons avant tout les principaux éléments qui rendent possibles ces phénomènes physiques tels que les concepts d'atome, de radioactivité, d'interaction des particules avec la matière, d'effet photoélectrique ainsi que d'autres concepts aussi essentiels que les précédents.

Lorsque les concepts de base seront bien définis, nous expliquerons les fondements de chaque technique d'imagerie médicale. Nous traiterons par la suite des modalités des techniques que nous diviserons en trois groupes : les techniques qui utilisent les rayons X (radiographie plane, fluoroscopie, mammographie et tomographie axiale calculée par ordinateur), celles qui forment ce que l'on appelle la médecine nucléaire (scintigraphie, tomographie par émission de photons et tomographie par émission de positons) ainsi que les techniques d'imagerie par résonance magnétique et d'imagerie par ultrasons.

Par la suite, nous décrirons les différentes propriétés des images en se concentrant sur le contraste et la résolution spatiale de celles-ci.

Une section sera consacrée à la production de rayons X et à la description des tubes à rayons X et des générateurs. Nous retrouverons également un tableau résumant les types d'appareils par technique utilisés dans les hôpitaux du Québec.

### **I.1.1 Définition**

L'imagerie médicale regroupe les moyens d'acquisition et de restitution d'images du corps humain à partir de différents phénomènes physiques tels que l'absorption des rayons X, la résonance magnétique nucléaire, la réflexion d'ondes ultrasons ou la radioactivité auxquels on associe parfois les techniques d'imagerie optique comme l'endoscopie. Apparues, pour les plus anciennes, au tournant du XX<sup>e</sup> siècle, ces techniques ont révolutionné la médecine grâce

au progrès de l'informatique en permettant de visualiser indirectement l'anatomie, la physiologie ou le métabolisme du corps humain. Développées comme outil diagnostique, elles sont aussi largement utilisées dans la recherche biomédicale pour mieux comprendre le fonctionnement de l'organisme. Elles trouvent aussi des applications de plus en plus nombreuses dans différents domaines tels que la sécurité, l'archéologie et l'art.

### **I.1.2 Le rôle de L'imagerie médicale**

Le rôle de l'imagerie dans les applications médicales occupe une place croissante depuis plusieurs années. Les améliorations technologiques des appareils d'acquisition permettent de réaliser des images de plus en plus précises [1].

L'imagerie médicale regroupe différentes techniques qui permettent de "voir" l'intérieur du corps humain (Figure. I.1), la structure ou la fonction des organes, sans procéder à une intervention directe sur ceux-ci. L'imagerie médicale est utilisée afin d'étayer un diagnostic ou de proposer un traitement pour de nombreuses pathologies, notamment en cancérologie. Avec les actes dits interventionnels, l'imagerie aide également à la réalisation d'actes diagnostiques et thérapeutiques précis, en chirurgie, cardiologie, rhumatologie ou neurologie par exemple. L'apport de l'imagerie médicale dans la prise en charge des maladies depuis leur diagnostic jusqu'à leur traitement est devenu irremplaçable. Le recours à une imagerie médicale de plus en plus performante, en scanographie notamment, améliore la qualité du diagnostic et permet de mieux orienter la stratégie thérapeutique et d'évaluer l'efficacité des traitements [2].

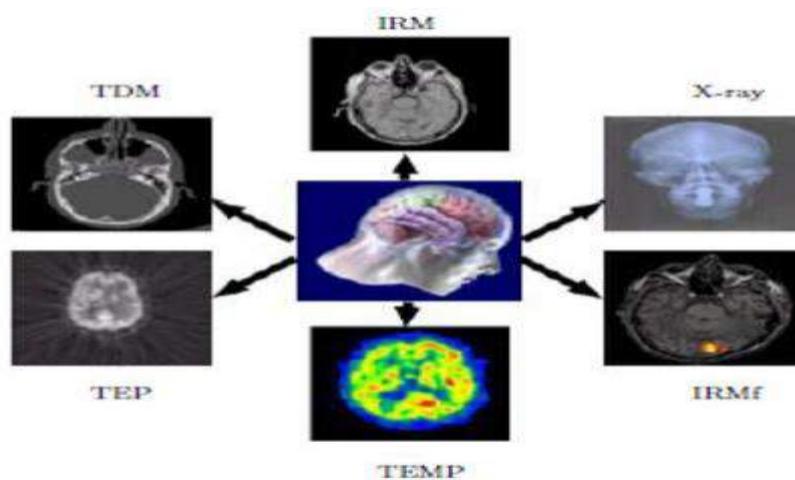


Figure : I.1 Les modalités d'imagerie médicale

## I.2 Le scanner dans l'imagerie médicale

### I.2.1 Généralités sur le scanner

C'est au début des années 1970, que Godfrey Hounsfield, chercheur anglais invente une technologie qui a révolutionné le secteur du diagnostic médical.

De nos jours, plusieurs technologies sont utilisées en tomographie mais la plus communément répandue est la tomographie à rayon X que Hounsfield a utilisé pour son premier système. La tomographie a plusieurs dénominations : scanner X, scanographie, scanneur, tomодensitométrie et en anglais Computerised Tomography (C.T.) [3] .(Figure. I.2).

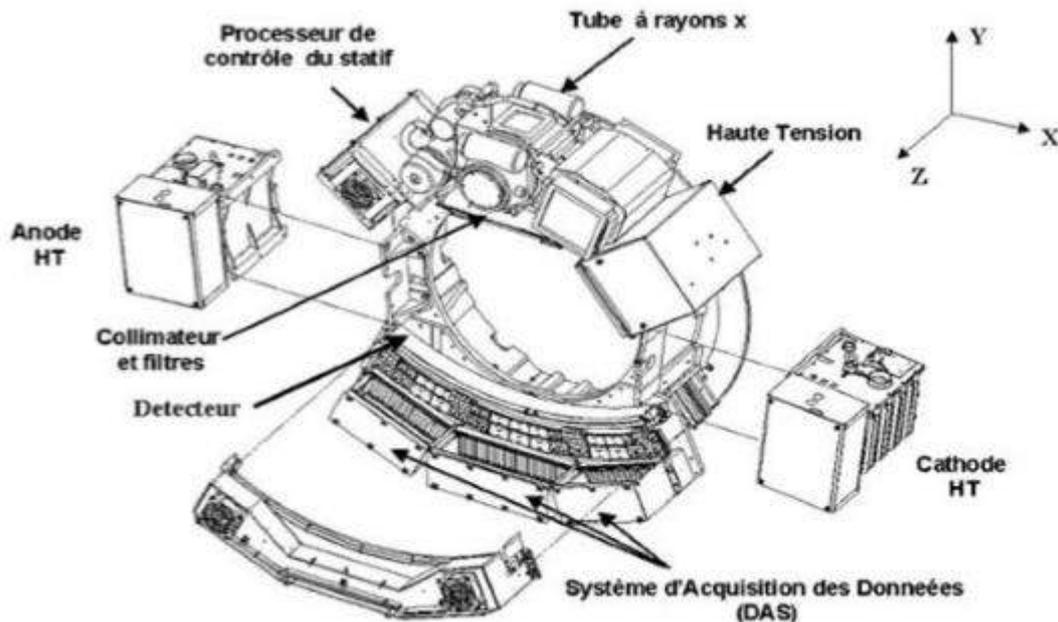


Figure. I.2 composants d'un scanner

### I.2.3 Définition

Le scanner, ou tomодensitométrie est un examen perfectionné qui utilise les rayons X. Il recherche des anomalies qui ne sont pas visibles sur des radiographies standard. Son principe consiste à réaliser des images en coupes fines du corps humain.

### I.2.4 Principe de fonctionnement

L'appareil de tomodynamométrie (Figure 1.3) est constitué d'un anneau qui

contient un tube à rayons X ainsi qu'un ensemble de détecteurs. Avec la

tomodynamométrie axiale, c'est le faisceau de rayons X qui tourne autour du patient et le patient doit rester allongé, immobile sur la table. Les détecteurs à rayons X constituent l'équivalent du film radiologique : ce sont eux qui recueillent les caractéristiques du faisceau de rayons X qui a traversé le corps du patient. Ces informations sont analysées par un ordinateur et permettent de créer des images correspondant à des tranches successives de la région étudiée. Ces tranches successives s'appellent coupes axiales ou transverses. C'est le mouvement lent de la table à travers l'anneau qui permet l'acquisition des coupes axiales de toute une région [4].

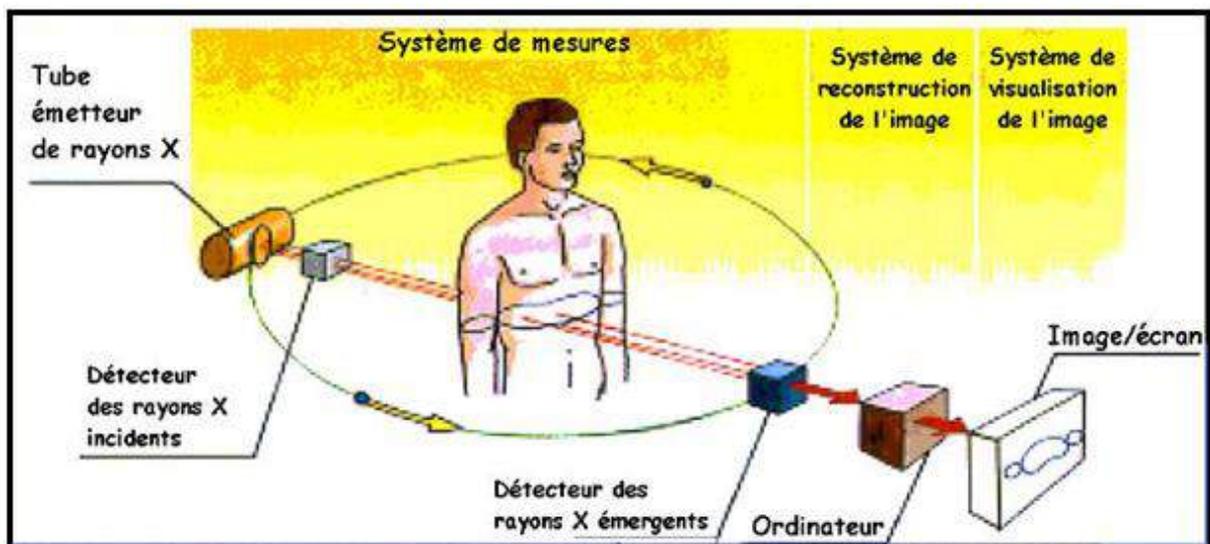


Figure I.3 Principe de fonctionnement du scanner

En TDM, à chaque voxel de la matrice de reconstruction, correspond un coefficient d'atténuation. Le coefficient d'atténuation (souvent appelé densité) d'un voxel est mesuré en unités Hounsfield (UH), sur une échelle allant de -1000 pour l'air à +1000, le 0 correspondant à la densité de l'eau, +1000 étant la densité de l'os compact. La densité d'une structure tissulaire varie entre 20 et 80 UH et une structure grasseuse entre -40 et -120 UH. L'œil humain ne distinguant que 16 niveaux de gris, l'éventail des 2000 densités du corps humain (de -1000 à +1000 UH) ne peuvent être vus simultanément à l'écran. Parmi ce large

éventail de densités, on définit alors une fenêtre de densités qui seront effectivement traduits en niveaux de gris à l'écran. Une fenêtre est définie par sa largeur et son niveau ou centre (C) [5].

On parle d'hypodensité quand la lésion est plus sombre que la structure normale à l'intérieur de laquelle elle siège, d'hyperdensité lorsqu'elle est plus blanche et d'isodensité lorsque la teinte de gris est identique [6].

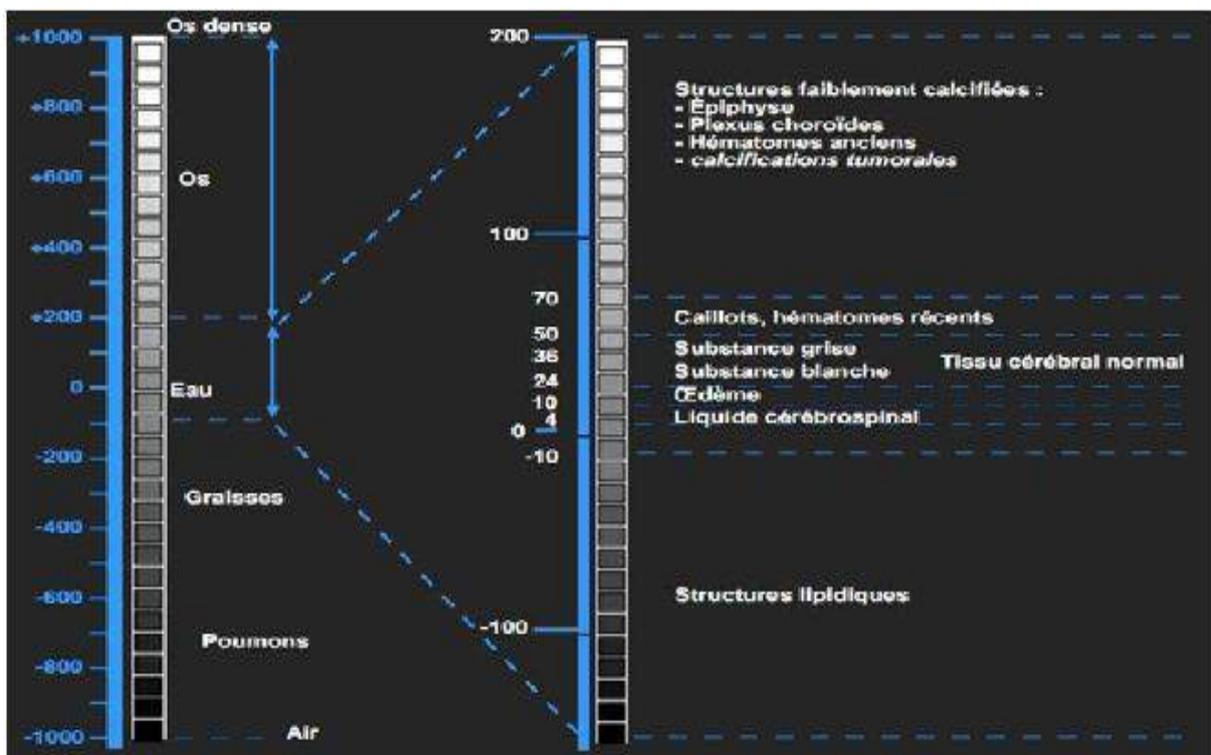


Figure I.3.1 Echelle de Hounsfield

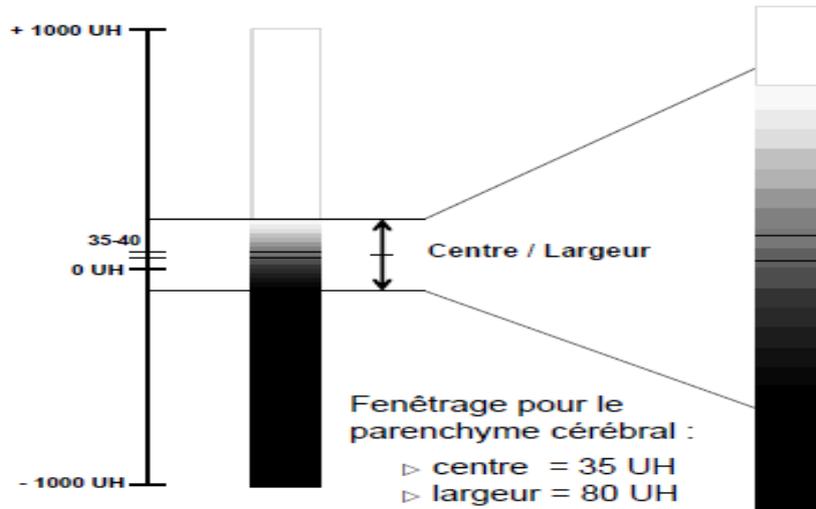


Figure I.3.2 Fenêtrage pour le parenchyme cérébral

## I.2.5 Les modes d'acquisition

Il existe deux modes d'acquisition : séquentiel et hélicoïdal. Alors que le scanner conventionnel est fondé sur le principe de l'imagerie en coupes avec réalisation de sections successives de la région anatomique examinée, le scanner hélicoïdal permet l'exploration de tout un volume. Fondé sur le principe d'une rotation continue, le couple tube à rayons X/détecteur tourne autour de la table d'examen qui se déplace elle aussi de façon continue à une vitesse fixée [3] (Figure. I.1.4).

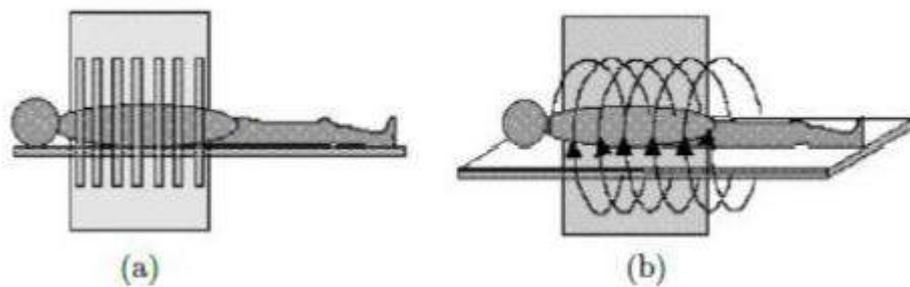


Figure. I.1.4 (a) Acquisition du scanner séquentiel, (b) Acquisition hélicoïdal.

## I.2.6 Fenêtrage

Deux paramètres modulables définissent la fenêtre utile de densités :

- le niveau (level) : valeur centrale des densités visualisées
- la largeur de la fenêtre (window) : détermine le nombre de niveaux de densité.

En augmentant la fenêtre l'image s'enrichit de niveaux de gris mais le contraste diminue entre les structures de l'image. En diminuant la fenêtre, le contraste augmente.

Lorsque la fenêtre d'étude est ouverte au maximum, l'os apparaît blanc, l'air noir et toutes les structures hydriques sont uniformément grises, l'image obtenue est celle d'une médiocre tomographie conventionnelle [1] (Figure. I.1.5).

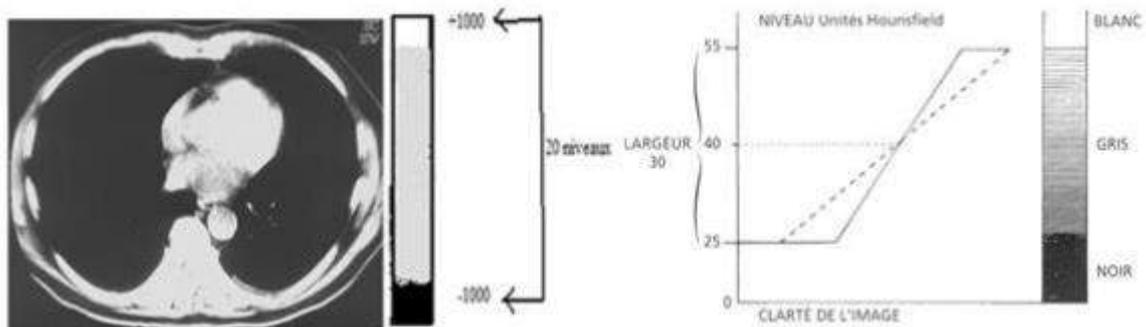


Figure. I.1.5 Les Fenêtres (a) Fenêtre totale, (b) Fenêtre de visualisation

À l'opposé, un réglage de fenêtre étroit permet de mettre en évidence, des différences minimales de densités dans la fourchette de densités choisies. Seules les densités comprises dans la fenêtre sont étudiées sur l'écran du téléviseur ; toutes les structures de densité supérieure sont uniformément blanches et celles de densité inférieure, uniformément noires (Figure. I.1.6).

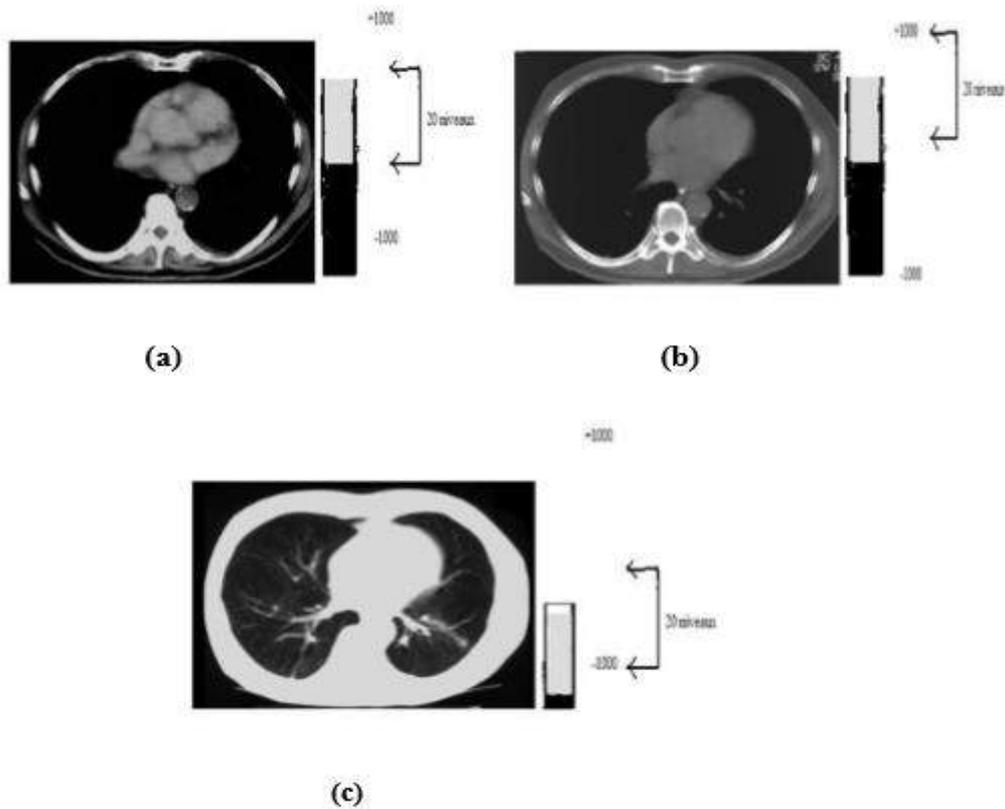


Figure. I.1.6 les Fenêtres(a) Fenêtre " tissu mou ", (b) Fenêtre " os ",(c) Fenêtre " air

### I.3 Imagerie médicale TEP

#### I.3.1 Définition

Le mot tomographie se décompose en deux parties : tomo et graphie. La racine tomo provient du grec ancien et signifie coupé. La racine graphie provient du grec ancien puis du latin et signifie écrire. La tomographie consiste donc à reconstruire le volume d'un objet par coupes à partir de mesures externes. Ensuite, comme son nom l'indique, la TEP repose sur l'émission de positons. Ceux-ci sont émis par désintégration d'isotopes radioactifs spécifiques, qui donnent lieu, à la création de deux photons gammas( $\gamma$ ) dans deux directions opposées. Cette paire de photons est recueillie par la couronne de détecteurs de la caméra à positons située autour du patient. (Voir fig.I.3.1).



**Figure I.3.1 – Exemple de Tomographie par Emission de Postion**

### **I.3.2 Principe de fonctionnement de TEP**

La tomographie par émission de positons (TEP) est basée sur l'utilisation d'un traceur marqué par un atome radioactif, qui émet des positons. Après son injection dans l'organisme par voie intraveineuse, le traceur s'associe à sa cible biologique. Les positons, émis lors de cette association, s'annihilent avec les électrons environnant en émettant deux photons dans des directions diamétralement opposées. Ils sont ensuite détectés en deux points du scanner et une série de traitements électroniques permet de déterminer si ces deux photons proviennent bien de la même annihilation. L'examen se poursuit quelques dizaines de minutes, pendant lesquelles plusieurs dizaines ou centaines de millions de coïncidences sont détectées et enregistrées [8]. À partir de la liste des coïncidences détectées, on fait appel à un algorithme de reconstruction pour obtenir les images de la répartition spatiale du traceur dans le corps du patient. L'algorithme de reconstruction sera. La figure (I.3.2) détaille les étapes du processus d'acquisition décrites si dessus :

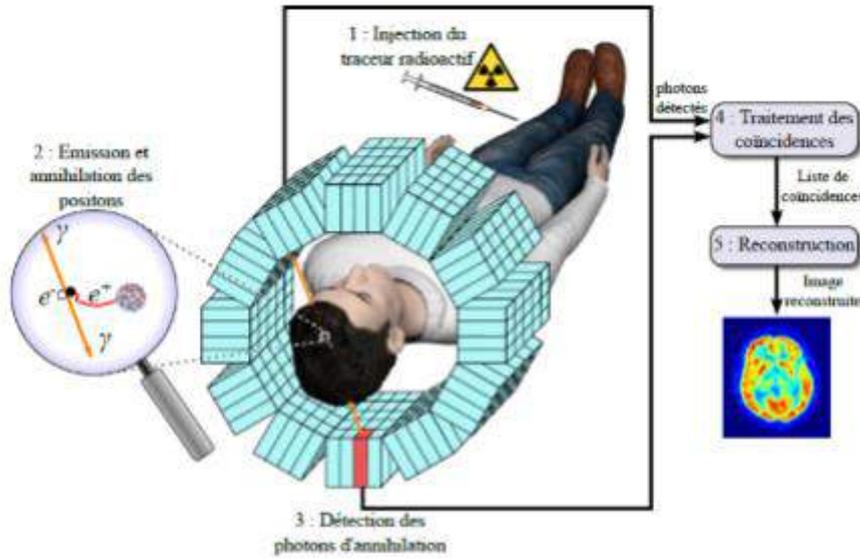


Figure I.3.2 – Schéma du processus complet de la TEP

### I.3.3 Traceur radioactif

La solution injectée au patient en début d'examen contient un traceur qui est composé d'une molécule dont au moins un de ses atomes ou un de ses groupements d'atomes (exemple : hydroxyle) est substitué par un isotope instable émetteur de particules  $\beta^+$  aussi appelées positons [8]. Ces atomes n'existent pas à l'état naturel et sont produits artificiellement dans des cyclotrons ou des générateurs. En fonction de sa formule chimique, le traceur est impliqué dans des métabolismes spécifiques. Un traceur très communément utilisé en routine clinique pour le diagnostic en cancérologie est le fluorodésoxyglucose ( $^{18}\text{F}$ -FDG). C'est un analogue du glucose, c'est-à-dire qu'il possède la même formule chimique à l'exception d'un groupement hydroxyle qui a été remplacé par un atome de fluor 18 ( $^{18}\text{F}$ ), comme montre la figure (I.3.3).

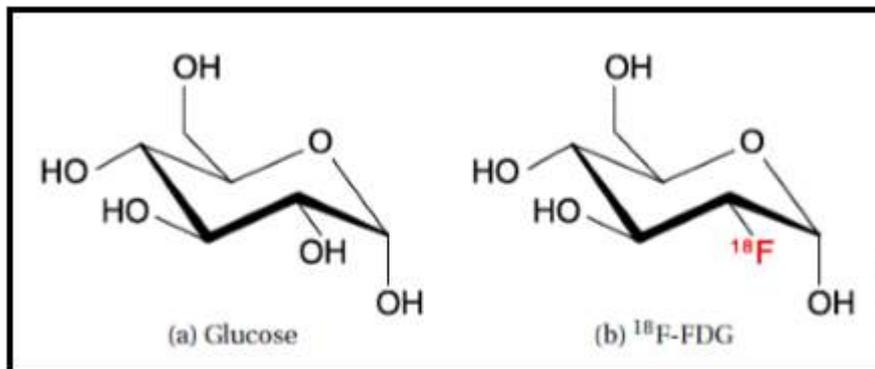
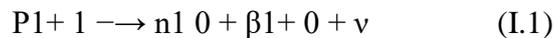


Figure I.3.3 – Synthèse chimique du (a) glucose, (b)  $^{18}\text{F}$ -FDG

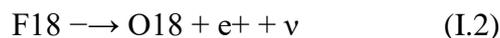
La variation de concentration de cette molécule dans les tissus du patient est proportionnelle à la consommation en glucose. Les tumeurs sont révélées par une consommation anormalement élevée en glucose.

### **I.3.4 Désintégration $\beta^+$ et émission du positon**

En TEP, la localisation du traceur est possible grâce à la détection des photons  $\gamma$  rayonnants du patient. Mais à la différence de la tomographie d'émission monophotonique (TEMP) ces photons ne sont pas émis directement par le traceur radioactif, ils résultent de l'annihilation des positons émis lors de la désintégration  $\beta^+$  du noyau de l'isotope instable (un excès de charges positives) présent dans le traceur. Cette désintégration, repose sur la conversion d'un proton du noyau en neutron en émettant un neutrino électronique ( $\nu$ ) ainsi qu'un positon (equ.I.1). Le positon est une particule d'antimatière, un antiélectron, c'est-à-dire qu'il possède les mêmes propriétés physiques qu'un électron à l'exception de sa charge électrique qui vaut +1 au lieu de -1 [9].



Le fluor 18 n'existe pas à l'état naturel, il sera synthétisé grâce à un cyclotron médical. Sa production est réalisée en bombardant de l'oxygène avec des protons, ceci afin d'enrichir le noyau de l'atome de fluor en protons. Cet enrichissement du noyau rendra l'atome instable. Afin de revenir à son état normal, le fluor dans notre exemple émettra un positon. (voir equ.I.2)

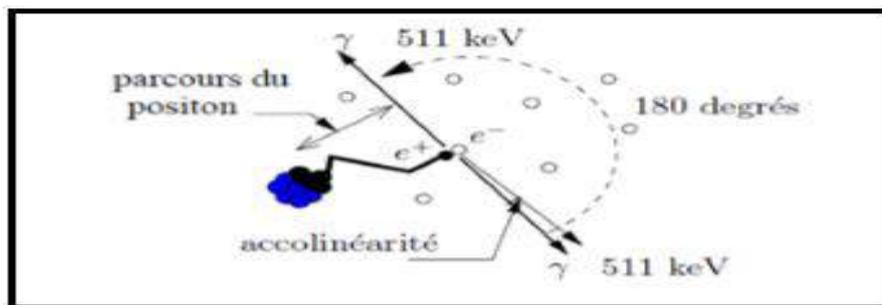


L' $O^{18}$  est un isotope stable de l'oxygène qui n'entraîne pas de nouvelles désintégrations. Dans l'équation de désintégration  $\beta^+$ , c'est l'émission du positon qui va nous intéresser [10].

### **I.3.5 Phénomène d'annihilation**

Le positon émis par la désintégration  $\beta^+$  récupère une partie de l'énergie de transition du proton en neutron sous la forme d'énergie cinétique. Cette énergie lui permet de parcourir quelques millimètres, voire quelques centimètres, pendant lesquels les interactions avec la matière traversée vont le ralentir jusqu'à se trouver quasiment à repos. Lorsque sa vitesse est suffisamment faible le positon peut se combiner et s'annihiler avec un électron, donnant naissance à une paire de photons ( $\gamma$ ) colinéaires et de sens opposé (voir fig.I.5)[8].

La ligne formée par les deux photons gamma est appelée ligne de réponse (LOR en anglais pour Line Of Response). Chaque annihilation est donc caractérisée par une LOR dont la détection constitue le signal utile. Il est important de noter que le point d'émission du positon n'est pas confondu avec celui des photons d'annihilation. De plus, lorsque le positon n'est pas tout à fait au repos, l'angle séparant l'émission des photons d'annihilation n'est pas exactement de 180° mais suit une distribution gaussienne dont la largeur à mi-hauteur est de 0.50. Ces deux phénomènes fixent une limite physique intrinsèque à la résolution à laquelle la distribution spatiale du radio traceur est déterminée [11].



**Figure I.3.5 – Phénomène d'annihilation**

## La tomographie

Modalité d'imagerie tomographique	Contraste	Résolution spatiale	Résolution temporelle
Tomographie X médicale (appelée Tomodensitométrie)	coefficient d'atténuation, densité de matière	axiale $\approx$ 0,5 mm, trans-axiale $\approx$ 1 à 5 mm	0,5 s à 5 s par ensemble de coupes associées à une rotation
Tomographie d'émission par positons (TEP)	concentration de traceur, paramètres physiologiques ou biologiques associés	3 à 10 mm	300 à 600 s par acquisition

## 1.4 Conclusion

Au cours de ce premier chapitre, nous avons représenté des notions générales concernant l'imagerie TEP - TDM, nous avons cité par la suite le principe physique de chaque modalité TEP et IRM. L'objectif est de connaître les spécificités de la TEP et TDM, afin de mieux comprendre par la suite les différentes solutions du problème de la reconstruction en imagerie présentées dans le chapitre suivant.

## *Chapitre 2*

### *Les méthodes de reconstruction*

### II.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de donner un aperçu général des différentes approches pour la reconstruction d'images . dans le cas général, on peut distinguer deux grandes approches : dans la première on travaille directement dans le cadre fonctionnelle et en dimension infinie( fonction et opérateurs) ; dans la deuxième, on discrétise les équations et on travaille en dimension finie. Pour une classification plus fine on distingue quatre méthodes :

- 1) Méthodes analytiques : ces méthodes permet d'obtenir une expression analytique explicite de la solution en fonction de la grandeur observable.
- 2) Méthodes de développement en série : on décompose la grandeur observable et inconnue en une série de fonctions bien choisie pour pouvoir trouver une relation explicite, simple et inversible entre les coefficients de ces deux développements.
- 3) Méthodes de décomposition sur une base : on projette la grandeur inconnue sur une base de fonction bien choisie en fonction de l'opérateur la liant aux mesures, de telle sorte que l'on puisse obtenir une relation explicite et inversible entre les mesures et ces coefficients.
- 4) Méthodes algébriques : on projette la grandeur inconnue sur une base de fonctions bien choisie mais indépendantes de l'opérateur.

### II.2 Mode d'acquisition des données

La phase de la reconstruction d'images en imagerie médicale nécessite l'acquisition des données brutes venant de différents appareils médicaux. Dans notre travail, on s'intéresse au modes d'acquisitions TEP.

#### II.2.1 Acquisition des données TEP

La figure II.1 représente, un scanner cylindrique composé de plusieurs couronnes de détecteurs. Chaque couronne est à son tour composée de blocs de détecteurs. L'acquisition des données en TEP suivant le mode 2D tient compte uniquement des données localisées dans les plans transversaux du scanner, c'est à dire les plans orthogonaux à l'axe du scanner. Les lignes de réponses mesurées relient alors des détecteurs appartenant à la même couronne. Ceci

est possible grâce aux septa montés sur les couronnes de détecteurs qui limitent l'enregistrement des lignes de réponse (LORs) obliques (non orthogonales à l'axe du scanner et donc d'inclinaison  $\theta \neq 0$ ) (figure II.2(a)). Cependant, on mesure généralement des LORs légèrement obliques, celles reliant deux couronnes voisines (angle d'inclinaison  $\theta \sim 1^\circ$  environ). La présence de septa permet de réduire le taux de coïncidences aléatoires et diffusées. Ce dernier est de l'ordre de 30% - 60% des coïncidences totales pour une acquisition sans septa, alors qu'il est seulement de 10% - 20% pour une acquisition avec septa [Turkington 01] pour le même objet imagé. Au total, un TEP ayant  $n$  couronnes de détecteurs, mesure simultanément  $n$  sinogrammes pour les plans directs et  $(n-1)$  sinogrammes correspondant aux plans croisés. L'obtention d'un volume résulte de la reconstruction indépendante des  $(2n-1)$  sinogrammes en utilisant des algorithmes de reconstruction 2D (figure II.2(b)). [12]

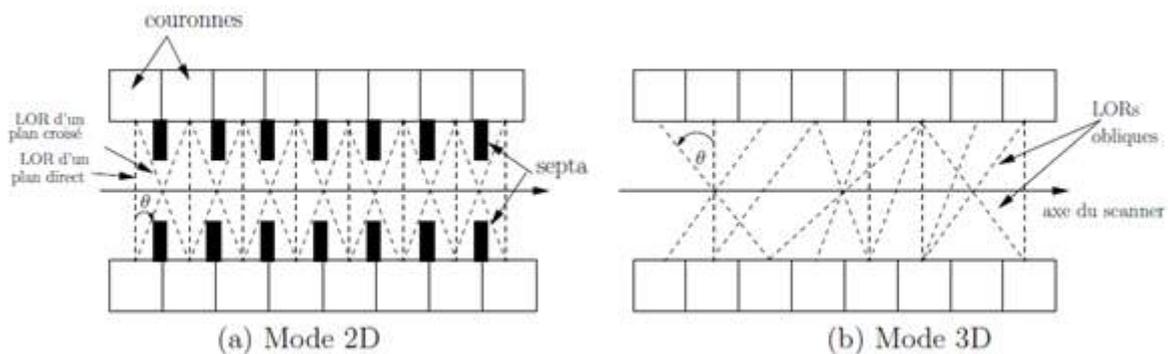


Figure II.2 – Mode d'acquisition des données en TEP vue selon une coupe longitudinale du scanner

### II.3 Rangement des données TEP : mode sinogramme

La technologie des cristaux et le mode d'acquisition 2D collecte les données TEP. Avant de reconstruire des images à partir des LOR détectées, tous les éléments de projection d'une coupe de l'objet qui sont acquises tout autour du patient (fig : II.3. (a)) sont rangés dans une matrice appelée sinogramme (fig. : II.3. (B)). Chaque ligne de cette matrice correspond à la projection monodimensionnelle de la coupe pour un angle  $\varnothing$  particulier. Cette matrice a autant de lignes que d'angles de mesure, et autant de colonnes que de cases de mesure pour une position angulaire. [13]

Un point du sinogramme correspond à une ligne de réponse entre deux détecteurs élémentaires entre  $dA$  et  $dB$  qui est définie dans le repère des projections par son angle ( $\varnothing_1$ ) et

sa distance par rapport au centre du tomographe (S1) (fig : II.3. (c)). L'information reportée dans ce pixel ( $s_1, \phi_1$ ) correspond à l'intégrale des émissions des photons de 511 keV émis suivant cette incidence, pour tous les points de l'objet situés sur la ligne de réponse. Chaque événement accepté par le circuit de coïncidence incrémente d'une unité le pixel du sinogramme correspondant à la ligne de réponse entre les deux détecteurs élémentaires. [14]

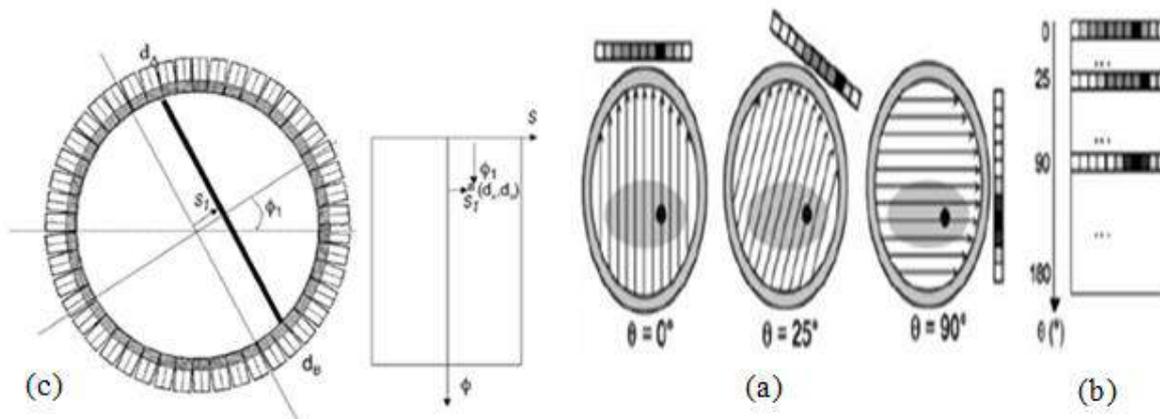


Figure II.3 – Principe de reconstruction d'un sinogramme

## II.4 Mode de reconstruction des données

La reconstruction directe des images TEP n'est plus possible, le problème qui nous intéresse ici est exactement le problème inverse.

### II.4.1 Problème inverse

Les données issues des modalités d'imagerie sont des mesures indirectes des paramètres que l'on désire estimer (aimantation pour l'IRM, concentration d'activité pour la TEP). Appelons  $f$  la fonction permettant de décrire les propriétés d'ésirées de l'objet, et  $g$  la fonction permettant de décrire les données. On suppose que ces fonctions sont carréintégrables sur leur support respectif  $S_f$  et  $S_g$  (hypothèse vérifiée en pratique, puisque nous traitons d'objets et données bornés de support limité) que nous appellerons respectivement espace image et espace des données.

L'étape de reconstruction consiste à estimer quelles sont les propriétés de l'objet imagé qui permettent d'expliquer les données observées, le but ici est de retrouver  $f$  à partir de  $g$ . Il s'agit d'un problème inverse ; par opposition au problème direct qui consisterait à prédire  $g$  connaissant  $f$ . La première étape pour résoudre un problème inverse consiste à identifier le

système. En termes mathématiques, il s'agit d'identifier un opérateur de transformation  $H$  qui permet de passer de  $f$  à  $g$ . En termes d'imagerie médicale, cela signifie modéliser l'ensemble des événements physiques intervenant lors de l'acquisition qui conduisent aux données mesurées. Pour que l'estimation de  $f$  à partir de  $g$  soit acceptable, certaines conditions doivent être vérifiées. Ces conditions sont appelées conditions de Hadamard [Hadamard, 1902].

Un problème inverse est dit problème bien posé s'il vérifie les 3 conditions suivantes:

- la solution existe pour tout  $g$
- la solution est alors unique
- la solution est alors stable : une faible variation de  $g$  entraîne une faible variation

De  $f$  ( $f$  dépend continûment de  $g$ ).

Si l'une de ces conditions n'est pas vérifiée, le problème est dit mal posé.

Si l'opérateur  $H$  est linéaire, il est défini par l'équation suivante :

$$g = H \cdot f \quad (\text{II.1})$$

On cherche à inverser l'équation (II.1) c'est-à-dire à trouver  $f$  pour  $g$  donné. Il s'agit donc d'inverser  $H$ . Cette équation est la contrainte de fidélité aux données et toute image qui la satisfait est une reconstruction admissible. En théorie, si  $H$  est inversible, une solution admissible peut être obtenue en utilisant la transformée inverse :

$$f = H^{-1} \cdot g \quad (\text{II.2})$$

La production des images se fait à partir des données acquises, des méthodes d'optimisations sont souvent utilisées pour résoudre le problème inverse de la reconstruction TEP .

### II.5 Reconstruction des images TEP

La reconstruction tomographique consiste à calculer la distribution de la radioactivité au sein du plan de coupe en utilisant l'ensemble des informations rangées dans le sinogramme qui formule le problème inverse. En imagerie TEP, la résolution mathématique de ce problème est très voisine de la résolution mathématique en imagerie TDM. Dans ce cas, nous verrons que deux grands types d'approche peuvent être adoptés : les approches analytiques et les approches itératives

### II.5.1 Méthodes analytiques

Historiquement, le problème de la reconstruction en TEP a été, dans un premier temps, résolu avec des méthodes analytiques. Tous ces algorithmes reposent sur l'hypothèse que chaque pixel des sinogrammes mesurés, donne une mesure de l'intégrale de la fonction mathématique décrivant la répartition spatiale du traceur radioactif, le long de la ligne de l'espace associée à ce pixel. Cette reconstruction repose sur la transformée de Radon [Radon, 1917] [15]. Dans ce cas l'opérateur H devient alors la transformée de Radon R en 2D ( $\mathbb{R}^2$ ) qui peuvent être mathématiquement inversées :  $g = R^2f$

### II.5.2 Transformée de Radon 2D

Définissons-la transformée de Radon (TR),  $Rf$ , comme l'intégrale d'une fonction  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sur les lignes droites dans le cas de 2D comme dans la figure 2.1. La transformée de Radon  $g$  de  $f$ , est décrite comme ci-dessous

$$p(r, \varnothing) = Rf(r, \varnothing) = \int_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) \delta(r - x \cdot \theta(\varnothing)) dx \quad (2.3)$$

Où  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  est la coordonnée cartésienne 2D de  $f$ ,  $\delta(\cdot)$  est la distribution de Dirac qui est définie comme ci-dessous :

$$\int_{\mathbb{R}} \delta(t) dt = 1 \text{ et } \delta(t) = 0 \text{ si } t \neq 0 \quad (2.4)$$

Et  $\theta(\varnothing)$  est le vecteur de direction sur la ligne droite avec l'angle  $\varnothing$ ,  $\theta(\varnothing) = \begin{pmatrix} \cos\varnothing \\ \sin\varnothing \end{pmatrix} \cdot r$

Est la distance signée de l'origine à la ligne droite L qui est perpendiculaire au vecteur  $\theta$ .

$g(r; \theta(\varnothing))$  est dans l'espace de Radon comme dans la figure 2.1.b.

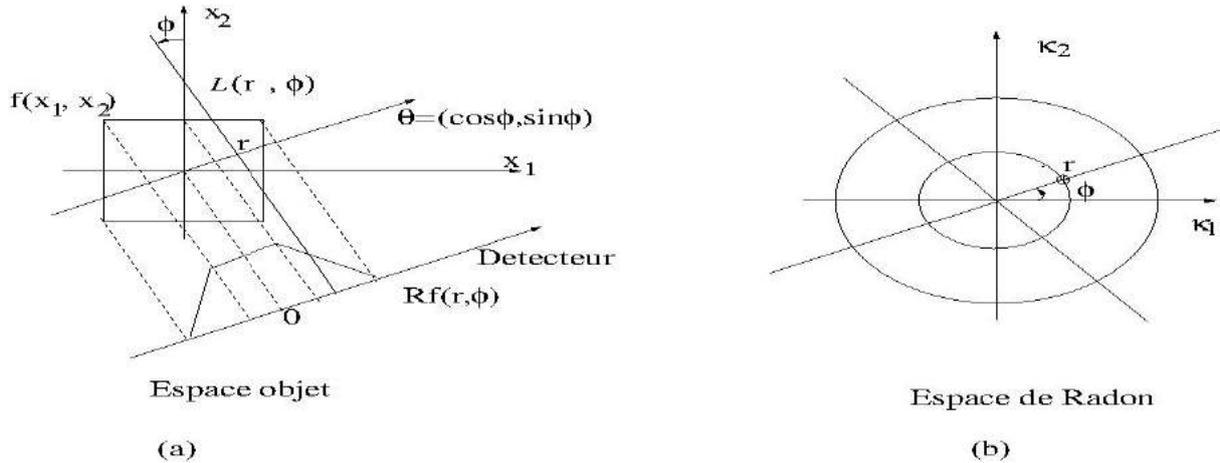


Figure II.3 -Illustration de la transformée de Radon en 2D. (a) espace objet, (b) espace de Radon.

Les propriétés importantes de la transformée de Radon sont données ci-dessous :

Elle est périodique en  $\phi$  de  $2\pi$  car  $\theta(\phi + 2\pi) = \theta(\phi)$

$$g(r, \phi + 2\pi) = g(r, \phi) \quad 2.5$$

Elle est symétrique en  $\phi$  de  $\pi$  :

$$g(r, \phi) = g(-r, \phi \pm \pi) \quad 2.6$$

Alors on a une expression analytique pour son inverse :

$$f(x_1, x_2) = \left(\frac{1}{2\pi^2}\right) \int_0^\pi \int_0^{+\infty} \frac{\frac{\partial}{\partial r} p(r, \phi)}{(r - x_1 \cos \phi - x_2 \sin \phi)} dr d\phi$$

On peut décomposer cette expression en trois opérateurs :

Dérivation  $\mathcal{D}$  :  $\bar{p}(r, \phi) = \frac{\partial}{\partial r} p(r, \phi)$

Transformée de Hilbert  $\mathcal{H}$  :  $p(r', \phi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\bar{p}(r, \phi)}{(r-r')} dr$

Rétroprojection  $\beta$  :  $f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi p(r', \phi) d\phi$

Ce qui permet d'écrire :

$$f = \beta \mathcal{H} \mathcal{D} \mathcal{R} f$$

Si on connaît parfaitement  $p(r, \phi)$  pour tout  $r$  et tout  $\phi$  alors cela pourrait fournir une solution satisfaisante. Mais, en pratique on connaît  $p(r, \phi)$  pour des valeurs discrètes de  $r$  et de  $\phi$  avec une précision finie. Alors, deux difficultés surviennent :

- La première est le calcul de la dérivée  $\frac{\partial}{\partial r} p(r, \phi)$
- La seconde, l'intégration par rapport à  $r$  due à la singularité du noyau de l'intégrale.

Dans cet exemple de reconstruction d'image en tomographie x, bien que l'expression de l'inversion est connue mais rare sont les méthodes de reconstruction qui effectuent l'inversion directement.

Plusieurs travaux basés sur cette équation se procèdent comme suite :

- Approximation de la dérivée  $\bar{p}(r, \phi) = \frac{\partial}{\partial r} p(r, \phi)$  par un filtre passe haut.
- L'opération d'intégration  $p(r', \phi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\bar{p}(r, \phi)}{(r-r')} dr$  est effectuée dans le domaine de Fourier.
- La rétroprojection  $\beta : f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi p(r', \phi) d\phi$

Tous ces opérateurs sont linéaires et symétriques et peuvent commuter, ce qui permet d'écrire :  $f = \beta \mathcal{H} \mathcal{D} \mathcal{R} f = \mathcal{H} \mathcal{D} \beta \mathcal{R} f$

Dans ce cas, on peut obtenir plusieurs implémentations algorithmiques pour calculer la solution.

### II.5.3 Transformée de FOURIER d'une image

La transformée de FOURIER  $F(v)$  d'une fonction spatiale  $f(x)$  ou temporelle  $f(t)$  est une transformation mathématique qui décompose toute fonction en une somme infinie de fonctions sinusoïdale [16] selon :

$$F(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i2\pi vx) dx$$

La transformée de FOURIER bidimensionnelle de l'image est donnée par :

$$F(vx, vy) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-i2\pi v(x \cdot \cos\phi + y \cdot \sin\phi)) dx dy$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-i2\pi(x(v \cos\phi) + y(v \sin\phi)) dx dy$$

$$= F(v\cos\phi, v\sin\phi)$$

### II.5.4 Théorème de la coupe centrale

En reprenant l'équation (II.3) et en appliquant la transformée de Fourier 1D (TF1) à la projection  $P\phi$  (selon  $s$ ), on obtient :

$$\{TF1(P\phi)\}(v) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \delta(s - x \cdot \cos\phi - y \cdot \sin\phi) \exp(-i2\pi sv) dx dy ds$$

En utilisant les propriétés de la fonction  $\delta$  de Dirac (équation (II.4))

$$\begin{aligned} \{TF1(P(\phi))\}(v) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-i2\pi v(x\cos\phi + y\sin\phi)) dx dy \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-i2\pi(x(v\cos\phi) + y(v\sin\phi))) dx dy \\ &= TF2\{f\}(v\cos\phi, v\sin\phi) = F(v\cos\phi, v\sin\phi) \end{aligned}$$

Ainsi la transformée de Fourier 1D des projections à un angle  $\phi$  donné (equa(II.9)) correspond aux valeurs de la transformée de Fourier 2D de  $f$  (equa(II.7)) le long de la droite passant par l'origine et d'angle  $\phi$  avec l'axe des abscisses.

Ce théorème clef de la tomographie nous montre le lien qui existe dans l'espace de Fourier entre l'image d'origine et ses projections comme illustré sur la figure (II.8)

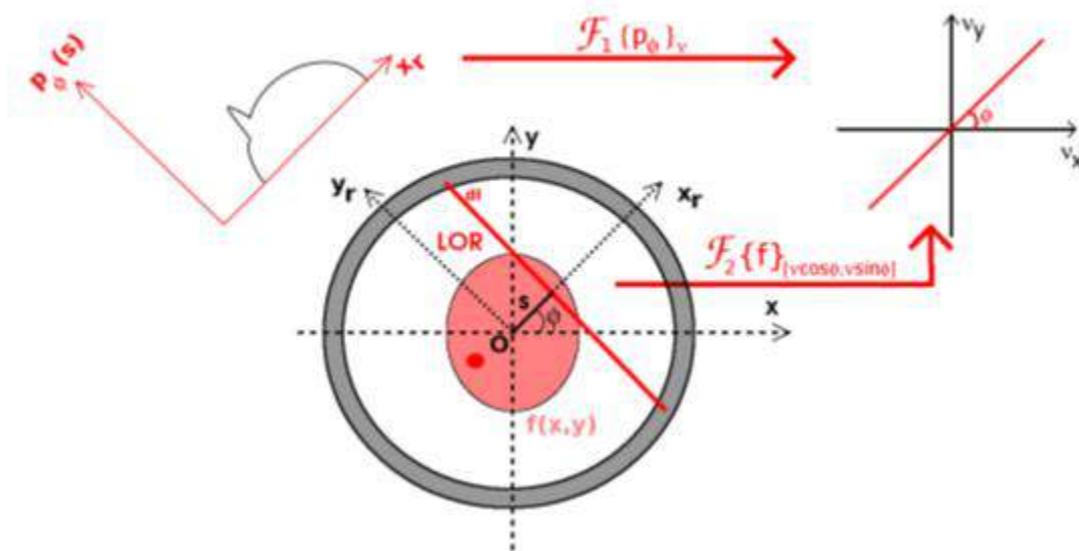


Figure II.4 – Principe du théorème de la coupe centrale.

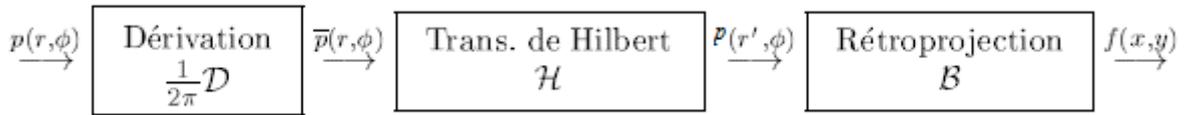
À partir du théorème de la coupe centrale, on peut imaginer une méthode de reconstruction Directe. Dans un premier temps, on échantillonnerait  $F$ , la transformée de Fourier 2D de  $f$ , avec les transformées de Fourier 1D des projections  $P\phi$ . Dans un second temps serait inversée en appliquant la transformée de Fourier inverse 2D, pour obtenir l'estimation de  $f$ . Les projections étant en nombre limité, elles fournissent un échantillonnage partiel et irrégulier de  $F$  dans l'espace des fréquences  $(v_x, v_y)$  Il est possible d'interpoler  $F$  dans une grille d'échantillonnage régulière, afin de procéder à la transformée de Fourier inverse, mais cette approche ne permet pas d'obtenir une bonne qualité d'image. Une autre approche plus populaire consiste à rétroprojeter dans le domaine image les projections pré filtrées dans le domaine de Fourier, c'est la rétroprojection filtrée ou Filtered back projection en anglais (FBP).

Avant d'exposer les différentes méthodes qui peuvent être utilisées pour le calcul de la solution de la TR inverse, on doit noter les opérateurs suivants :

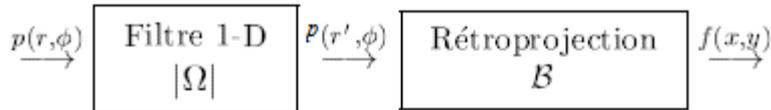
Transformée de radon $TR$	$p(r, \phi) = \iint f(x, x_2) \delta(r - x_1 \cos \phi - x_2 \sin \phi) dx dy$
Dérivation $D$	$\bar{p}(r, \phi) = \frac{\partial}{\partial r} p(r, \phi)$
Transformée de Hilbert $\mathcal{H}$	$p(r', \phi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\bar{p}(r, \phi)}{(r - r')} dr$
Rétroprojection $\beta$	$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi p(r', \phi) d\phi$
Transformée de Fourier 1D $F_1$	$p(\Omega, \phi) = \int p(r, \phi) \exp(-j\Omega r) dr$
Transformée de Fourier inverse 1D $F_1^{-1}$	$p(r, \phi) = \int p(\Omega, \phi) \exp(+j\Omega r) d\Omega$
Transformée de Fourier 2D $F_2$	$F(\omega_{x_1}, \omega_{x_2}) = \iint f(x_1, x_2) \exp[-j(x\omega_{x_1} + x\omega_{x_2})] dx dx$
Transformée de Fourier inverse 2D $F_2^{-1}$	$f(x) = \iint F(\omega_{x_1}, \omega_{x_2}) \exp[+j(x\omega_{x_1} + x\omega_{x_2})] d\omega_{x_1} d\omega_{x_2}$

On peut résumer les différents algorithmes utilisés pour le calcul de la transformée de Radon inverse :

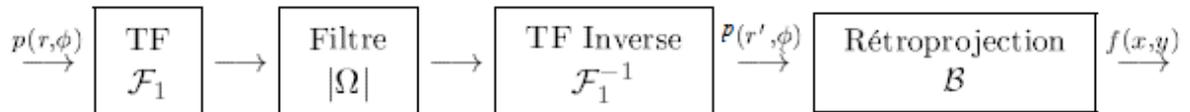
1) Inversion directe :



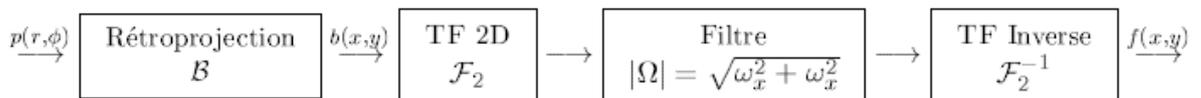
2) Filtrage par convolution et rétroprojection :



3) Rétroprojection des projections filtrées :



4) Rétroprojection suivi d'un filtrage en 2D



5) Rétroprojection suivi d'un filtrage par convolution en 2D

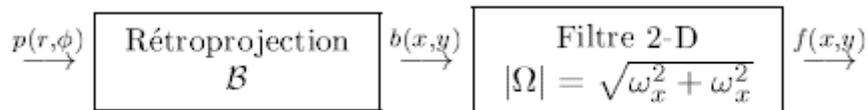


Figure II.4: Méthodes analytiques pour l'inversion de la TR

## II.6 Conclusion

Ces méthodes aient été utilisées avec succès dans certaines applications, en particulier en imagerie médicales. En effet, souvent en imagerie médicale on peut tourner autour de l'objet et on peut disposer d'un très grand nombre de mesures réparties d'une manière uniforme autour de l'objet. Mais malheureusement, ces méthodes reste plus limités dans d'autres applications comme le contrôle non destructif ou les mesures ne sont pas équiréparties sur l'espace de la transformée et elles sont très limitées en nombre et entachées de bruit ce qui influe négativement sur la solution (reconstruction d'image).

## *Chapitre 3*

### *Reconstruction d'image TEP*

### III.1 Introduction

La reconstruction tomographique consiste à calculer la distribution de la radioactivité au sein du plan de coupe en utilisant l'ensemble des informations rangées dans le sinogramme qui formule le problème inverse.

En imagerie TEP, la résolution mathématique de ce problème est très voisine de la Résolution mathématique en imagerie TDM. Dans ce cas, nous verrons que deux grands Types d'approche peuvent être adoptés : les approches analytiques et les approches itératives

Dans le cas de la TEP, l'observable recherchée n'est autre que la distribution des points d'annihilation sur les lignes de réponse. L'acquisition se résume quant à elle à enregistrer le nombre de coïncidences sur chaque paire de détecteurs interceptant le champ de vue. Ces mesures sont en théorie proportionnelles à l'intégrale de l'activité le long des lignes de réponse correspondantes. Elles permettent donc de former un ensemble de projections parallèles sous différents angles d'incidence.

#### III.2.1 Méthodes analytiques

Historiquement, le problème de la reconstruction en TEP a été, dans un premier temps, Résolu avec des méthodes analytiques. Tous ces algorithmes reposent sur l'hypothèse que Chaque pixel des sinogrammes mesurés, donne une mesure de l'intégrale de la fonction mathématique décrivant la répartition spatiale du traceur radioactif, le long de la ligne de l'espace associée à ce pixel. Cette reconstruction repose sur la transformée de Radon [Radon, 1917] [22]. Dans ce cas l'opérateur H devient alors la transformée de Radon R En 2D ( $R_2$ ) qui peuvent être mathématiquement inversées.

#### III.2. 3 Simples rétroprojections

Historiquement dans le domaine de l'imagerie, la première solution a consisté en l'épandage des projections, ou rétroprojection. Son principe est représenté sur la Figure (II.6). Celui-ci repose sur une idée simple : si une zone d'hyperactivité est localisée en un point de l'espace image, alors toute LOR passant par ce point va la mesurer. Prises individuellement, Il est impossible d'attribuer la mesure des LOR à ce point. Cependant, c'est le seul point qu'elles ont en commun (en supposant que les LOR ne sont pas superposées). Ainsi si l'on propage la valeur mesurée sur la LOR à l'ensemble des points sur la LOR et que les contributions de toutes les LOR ainsi propagées sont sommées, il est possible de Rétablir une information sur la localisation des zones d'hyperactivité. Cette solution peut s'écrire :

$$\hat{f}_{\text{retro}}(x, y) = \int_{\phi=0}^{\pi} p(\phi)(x \cdot \cos\phi + y \cdot \sin\phi) d\phi \quad (\text{III.1})$$

Cette méthode ne fournit malheureusement qu'une estimation grossière de la distribution  $f$ . En effet, elle génère à l'extérieur de l'objet que l'on souhaite reconstruire des voxels non nuls, alors qu'ils ne contiennent aucune information en réalité. En conséquence, des Artéfacts, dits (artefacts en étoile) apparaissent sur l'image reconstruite. Ces artéfacts en étoile déforment énormément le résultat et il n'est pas possible d'obtenir une image correcte par simple rétroprojection. Pour les éliminer on utilise d'autre méthode qui se base sur un calcul dans le plan de Fourier.

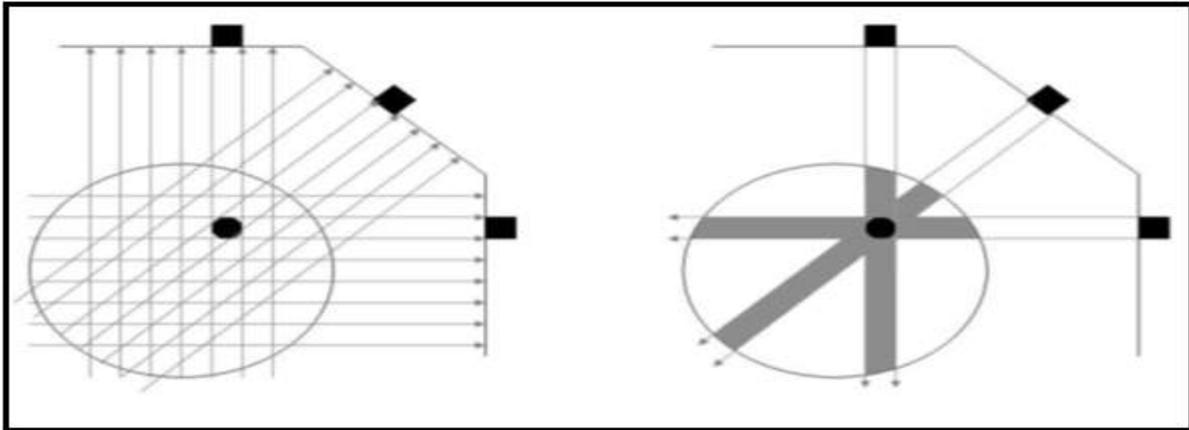


Figure III.1 – Principe de la reconstruction par épannage. À gauche, une zone d'hyperactivité est représentée en noir, et les LOR passant par cette zone la mesurent. À droite, la Propagation et la sommation des valeurs mesurées le long des LOR permettent de retrouver Une localisation de l'hyperactivité.

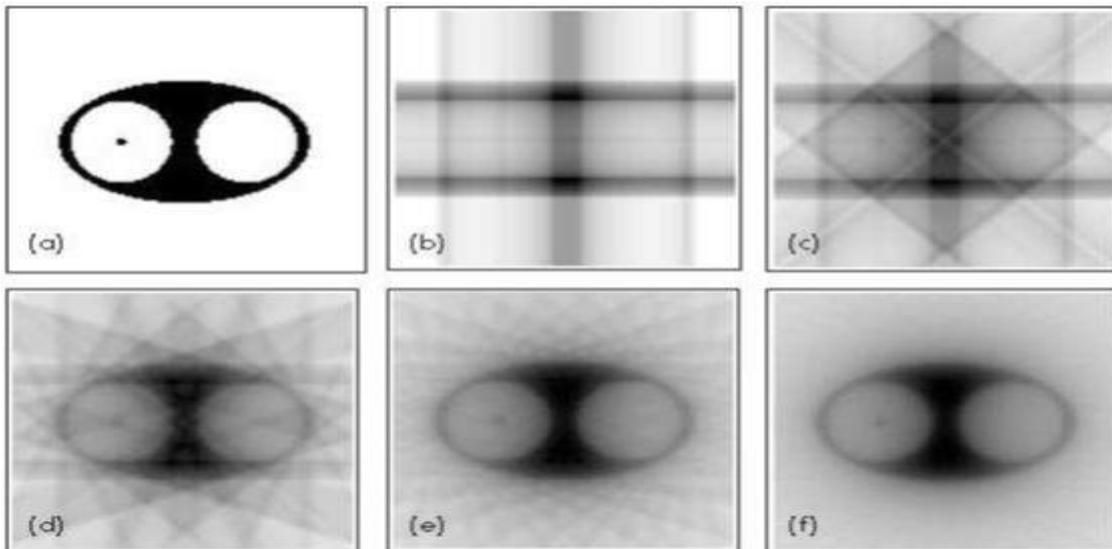


Figure III.2 – Exemple de reconstruction par rétroprojection : un objet simulé (a) est rétroprojeté en utilisant b)2, c)4, d)8, e)16 et f)32 angles de rétroprojection.

À partir du théorème de la coupe centrale, on peut imaginer une méthode de reconstruction directe. Dans un premier temps, on échantillonnerait  $F$ , la transformée de Fourier 2D de  $f$ , avec les transformées de Fourier 1D des projections  $P_\theta$ . Dans un second temps,  $F$  serait inversée en appliquant la transformée de Fourier inverse 2D, pour obtenir l'estimation de  $f$ . Les projections étant en nombre limité, elles fournissent un échantillonnage partiel et irrégulier de  $F$  dans l'espace des fréquences  $(v_x, v_y)$ . Il est possible d'interpoler  $F$  dans une grille d'échantillonnage régulière, afin de procéder à la transformée de Fourier inverse, mais cette approche ne permet pas d'obtenir une bonne qualité d'image.

Une autre approche plus populaire consiste à rétroprojeter dans le domaine image les projections pré filtrées dans le domaine de Fourier, c'est la rétroprojection filtrée ou Filtered back projection en anglais (FBP).

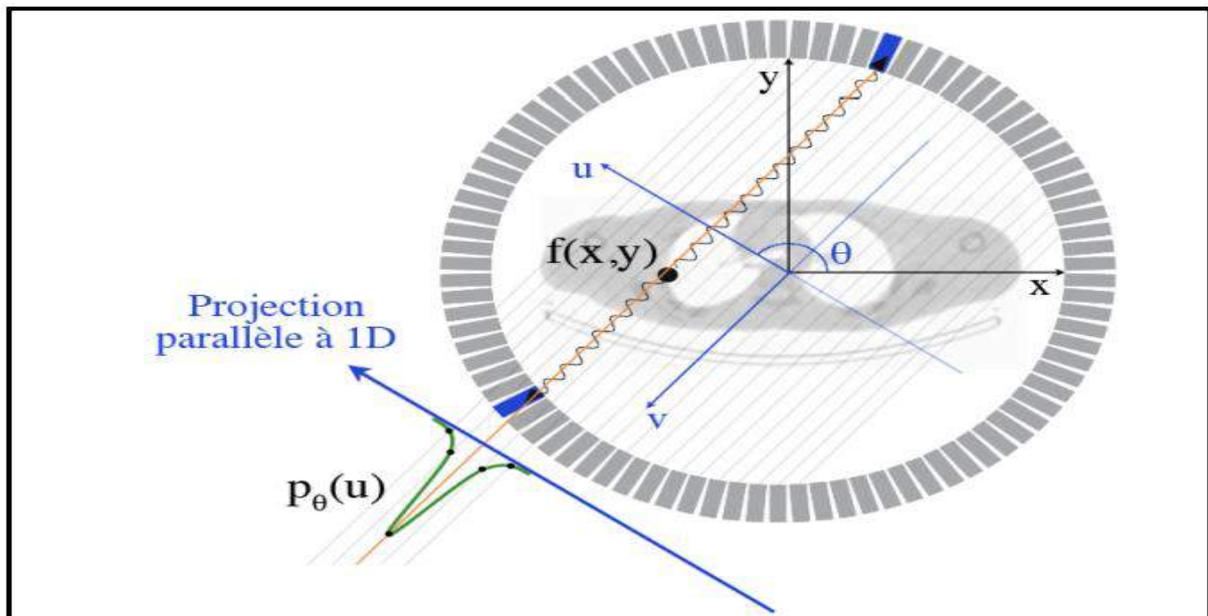


Figure – De la détection d'une paire de photons aux projections parallèles

### III.3 Méthode de rétroprojection filtrée

D'abord, la méthode de l'inversion de la transformée de Radon dans le cas continu est présentée par Radon [23], ce qui est connu aujourd'hui comme les méthodes FBP. Les Méthodes FBP sont introduites en imagerie médicale par Ramachandran et al [20] et Shepp et al [23].

Nous définissons la transformée de Fourier de dimension deux d'objet inconnu  $f(x)$ ,

$$\hat{f}(k) \text{ avec } k = \begin{pmatrix} k^1 \\ k^2 \end{pmatrix} \cdot f(x)$$

est calculé par la transformée de Fourier inverse de dimension deux.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{k \in \mathbb{R}^2} \hat{f}(k) e^{jx.k} dk \quad (\text{III.2})$$

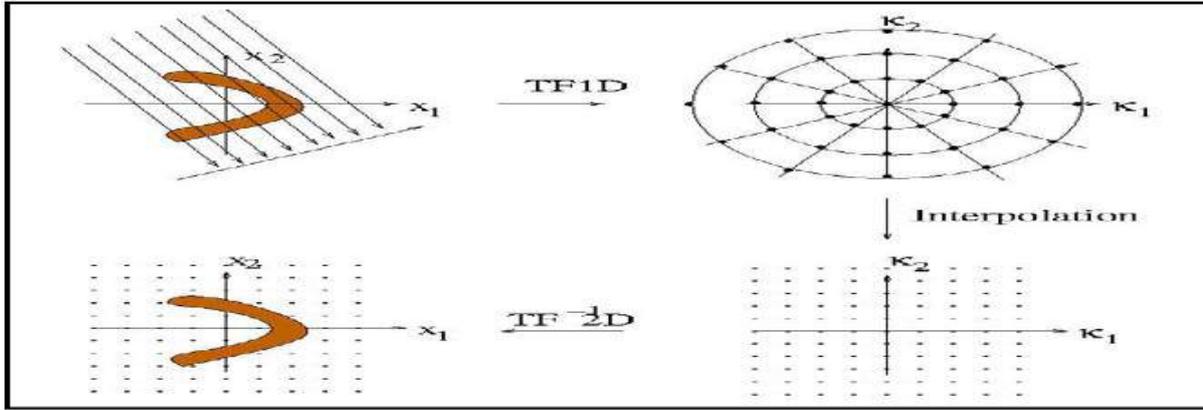


Figure III.4 \_ Schéma des méthodes de la transformée de Fourier directe.

En changeant les coordonnées cartésiennes  $k$  en coordonnées polaires  $(p, \varphi)$  nous avons  $dk^1 dk^2 = |p| dp d\varphi$ . L'équation 2.12 devient :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(p, \varphi) e^{jpx.\theta(\varphi)} |p| dp d\varphi. \quad (\text{III.3})$$

D'après la propriété de la transformée de Radon, nous déduisons :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} \hat{f}(p, \varphi) e^{jpx.\theta(\varphi)} p dp d\varphi = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^0 \hat{f}(p, \varphi) e^{jpx.\theta(\varphi)} (-p) dp d\varphi \quad (\text{III.4})$$

L'équation 2.13 se réécrit :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(p, \varphi) e^{jpx.\theta(\varphi)} |p| dp d\varphi \quad (\text{III.5})$$

Selon le théorème de coupe-projection (1), nous avons,

$$\hat{f}(p, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \hat{g}(p, \varphi) \quad (\text{III.6})$$

Nous avons alors l'inversion de la transformée de Radon :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\pi} d\varphi \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{Rf}(p, \varphi) |p| e^{jpx.\theta(\varphi)} dp \quad (\text{III.7})$$

Où  $|p|$  est le filtre rampe dans le domaine Fourier, aussi dit filtre Ram-Lak après les noms de inventeurs Ramachandran et Lakshminarayanan [27], voir dans la figure (2.4). Dans la pratique, la fréquence maximale d'image qui peut être mesurée par le détecteur est limitée par la taille d'une cellule du détecteur. D'après le théorème d'échantillonnage de Shannon [23], la fréquence maximum  $\rho_{\max}$  peut être mesurée sans recouvrement dans l'espace fréquence  $1/\delta d$  avec la largeur d'une cellule  $\delta d$ .

Nous réécrivons l'équation (2.15) de la manière suivante :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \hat{g}(r, \phi) d\phi \quad r = x \cdot \theta(\phi) \quad (\text{III. 8})$$

Avec

$$\hat{g}(r, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{g}(\rho, \phi) |\rho| e^{j\rho r} d\rho \quad (\text{III. 9})$$

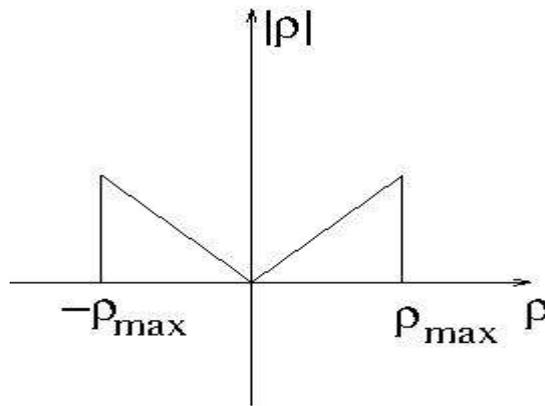


Figure III.5 \_ Illustration du filtre rampe.

Les étapes de reconstruction avec les méthodes de rétroprojections filtrées sont les suivantes :

1. Filtrage sur les Projections avec le filtre rampe décrites par l'équation (III.9).
2. Rétro-projection (équ. (III.8)). Nous pouvons aussi calculer  $g$  (équ. (III.9)) par la convolution de  $g$  et la transformée de Fourier inverse  $q(r)$  de  $|p|$  dans le domaine spatial, car la multiplication dans le domaine Fourier est équivalente à la convolution dans le domaine spatial.

$$\hat{g}(r, \phi) = g(r, \phi) * q(r) \quad (\text{III. 10})$$

Avec

$$q(r) = F^{-1}|p| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} |\rho| e^{j\rho r} d\rho \quad (\text{III. 11})$$

Remarque 3. En fait,  $|p| = \text{sign}(p) p$ , ou  $\text{sign}(p)$  est la fonction de signe qui est définie comme :

$$\text{sign}(\rho) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho > 0 \\ -1 & \text{si } \rho < 0 \\ 0 & \text{si } \rho = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 12})$$

Par ailleurs, selon la propriété de la transformée de Fourier et le théorème de coupeprojection (2.16), nous avons

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} g(r, \varnothing) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} j\rho \hat{g}(\rho, \varnothing) e^{j\rho r} d\rho \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} j\rho \hat{f}(\rho, \varnothing) e^{j\rho r} d\rho \end{aligned} \quad (\text{III. 13})$$

Et la transformée de Hilbert (TH) est définie par la convolution suivante :

$$Hq(t) = v.p \left( \frac{1}{\pi t} \right) * q(t) \quad (\text{III. 14})$$

Où v.p est la valeur principale de Cauchy. Nous pouvons alors en déduire

$$Hf(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} -j \text{sign}(\rho) \hat{f}(\rho) e^{j\rho t} d\rho \quad (\text{III. 15})$$

D'après l'équation (2.23), la transformée de Hilbert de  $\frac{\partial}{\partial r} g(r, \varnothing)$  est décrite dans la suite :

$$\begin{aligned} H\left(\frac{\partial}{\partial r} g(r, \varnothing)\right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} -j \text{sign}(\rho) F\left(\frac{\partial}{\partial r} g(r, \varnothing)\right) e^{j\rho r} d\rho \\ &\quad \int_{\mathbb{R}} \rho \text{sign}(\rho) \hat{f}(\rho) F\left(\frac{\partial}{\partial r} g(r, \varnothing)\right) e^{j\rho r} d\rho \end{aligned}$$

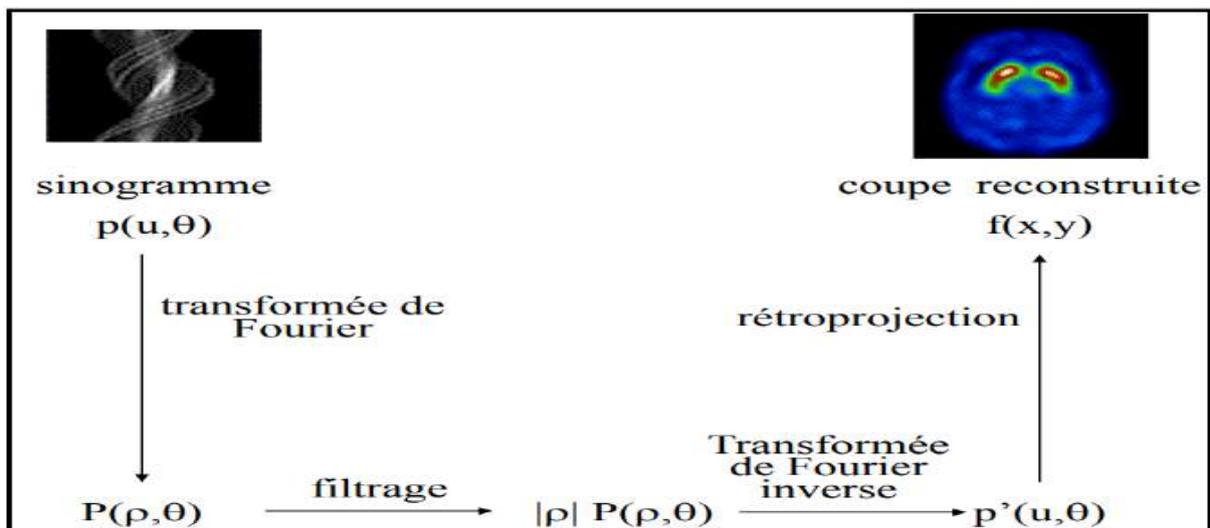


Figure III.6: Algorithme de rétroprojection filtrée

### III.3 Simulation

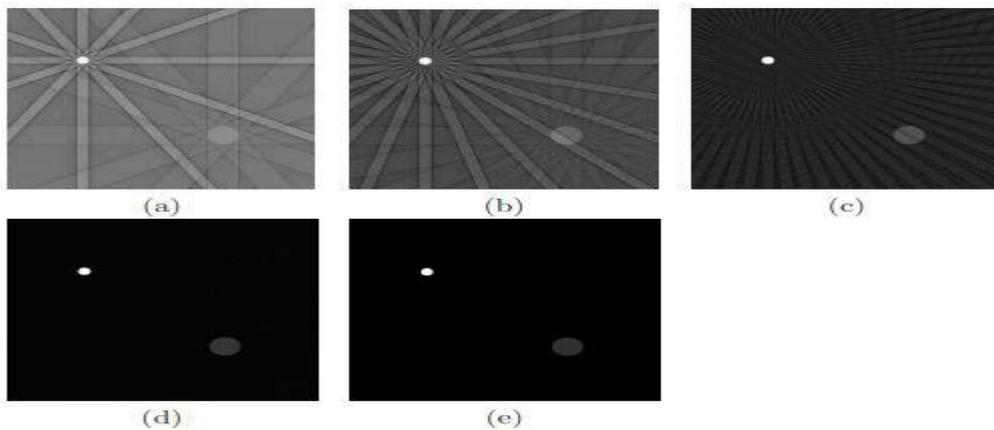
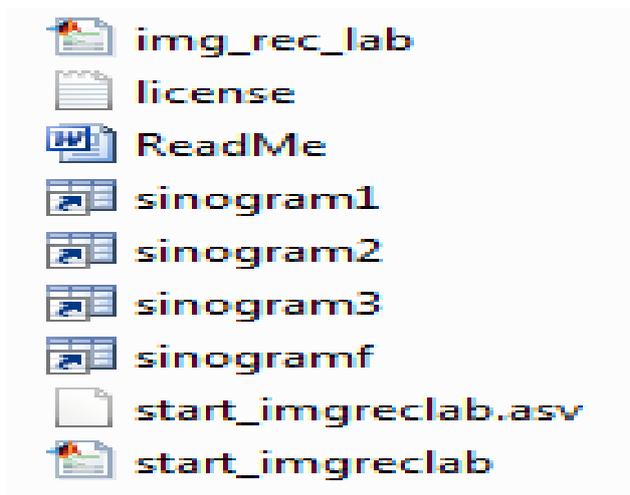
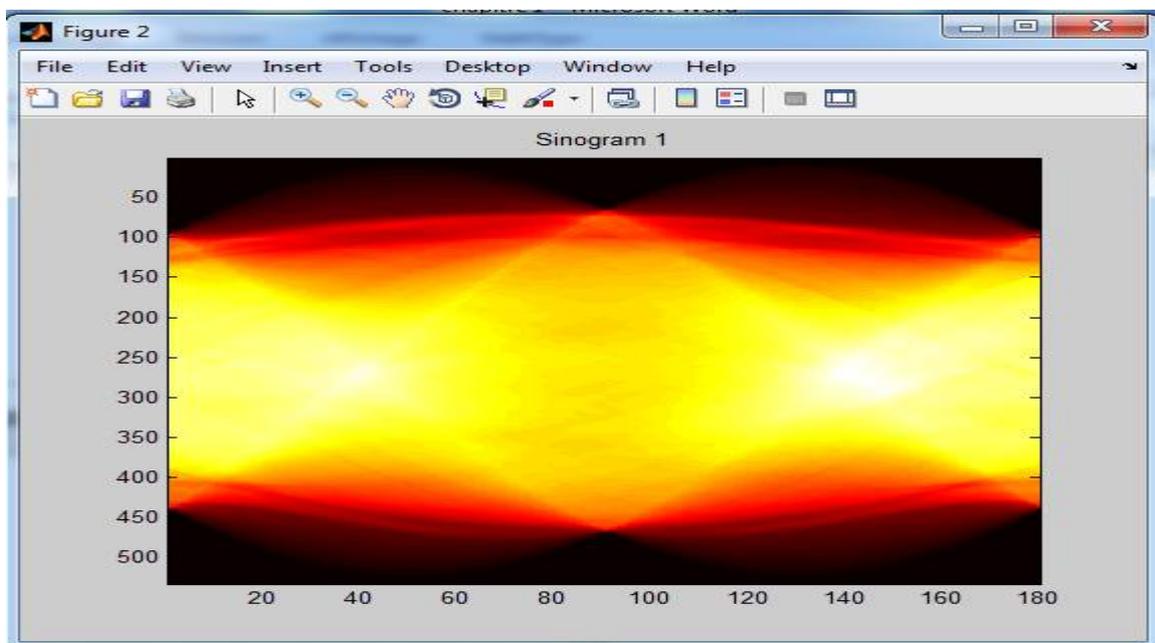
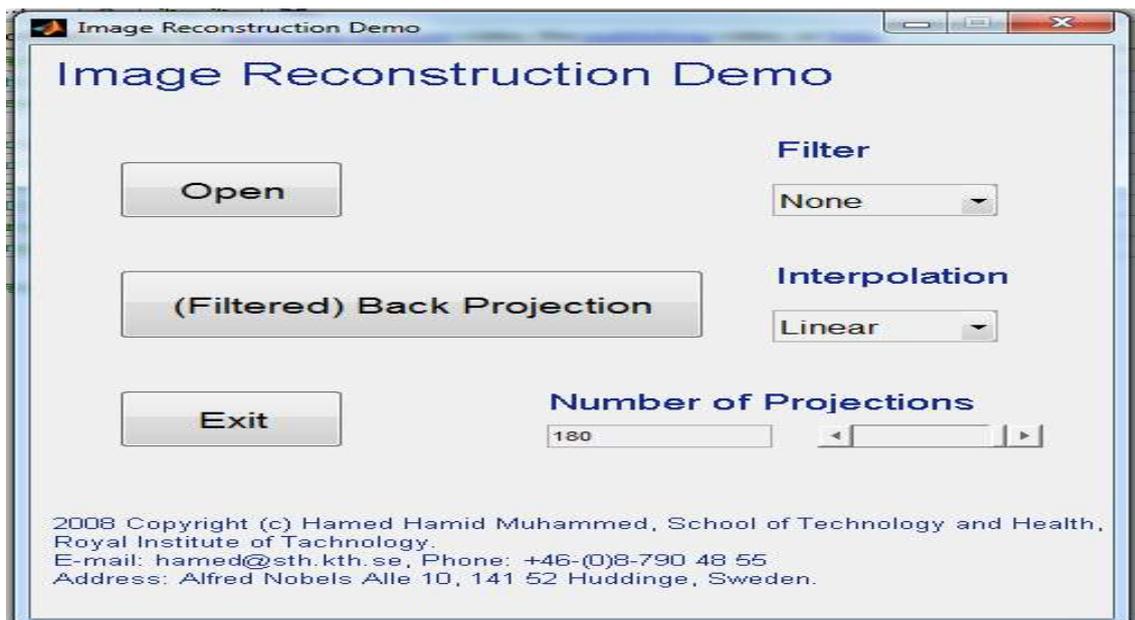
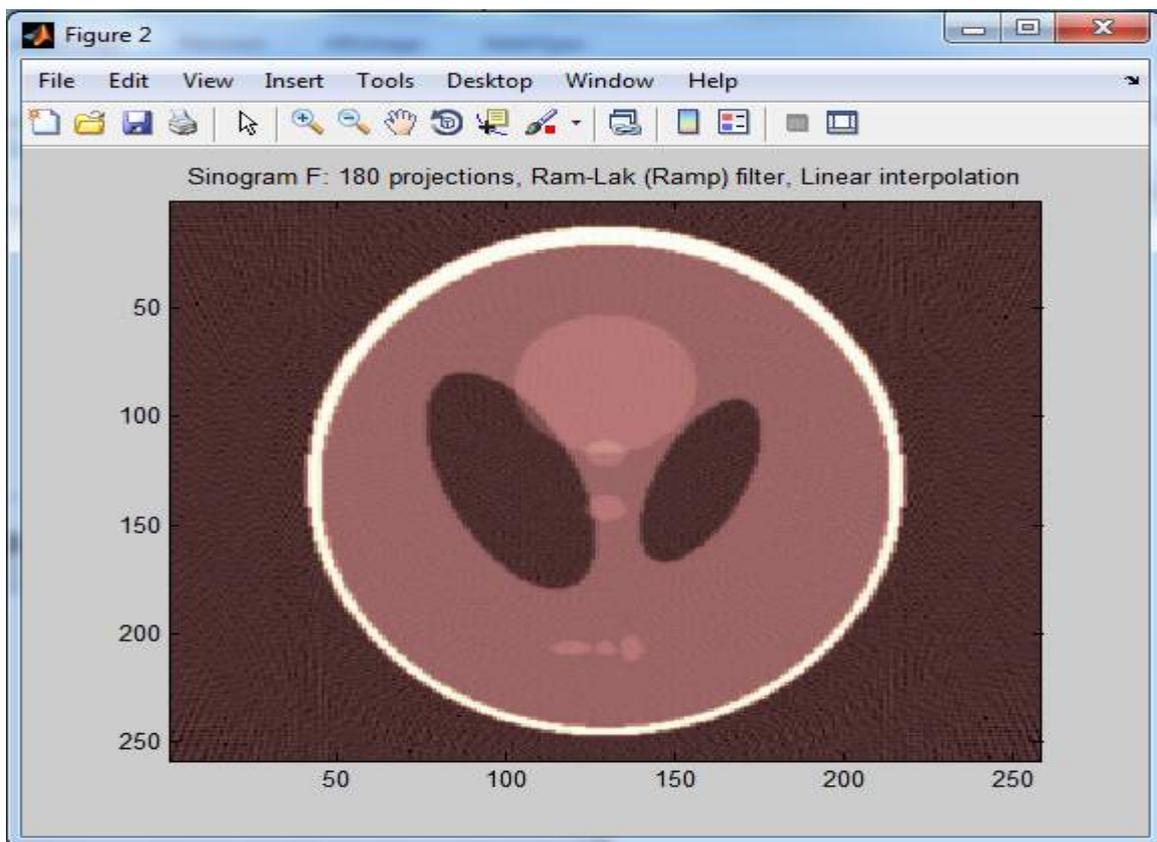
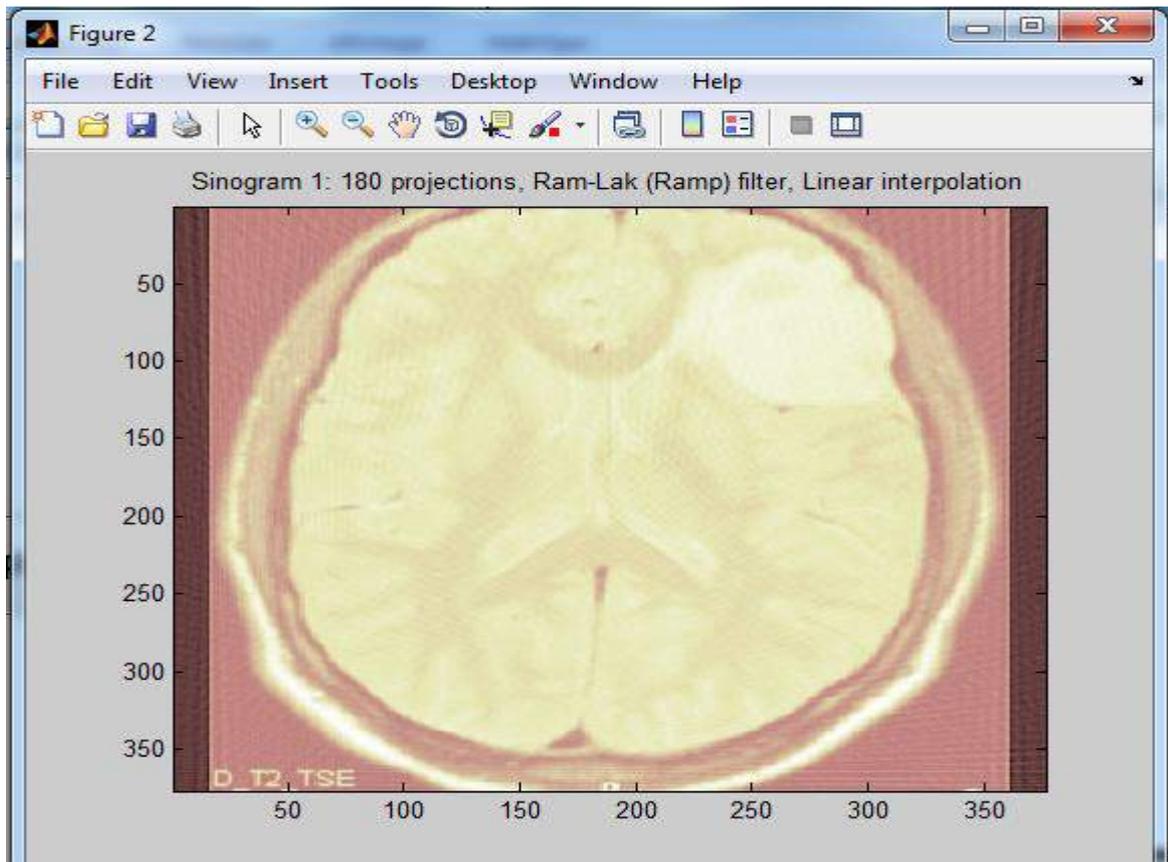


Fig. – Rétroprojection filtrée d'un fantôme numérique pour différents nombres de projections  $N_\phi$  entre 0 et  $2\pi$  : de (a) à (d),  $N_\phi = 12, 24, 72, 360$ , (e) étant l'image originale. Le filtrage a été réalisé avec une fenêtre de type Hann. (Images reconstruites avec Matlab).







### **III.4 Conclusion**

L'acquisition des données représente le problème direct qui permet d'acquérir les données brutes. Pour la TEP les données sont représentées par le sinogramme. Des éléments de calculs sont donnés sous forme des algorithmes de reconstruction qui sert à la résolution du problème inverse de la TEP. Le choix de la méthode de calcul a une forte influence sur la qualité de l'image reconstruite.



*Conclusion générale*

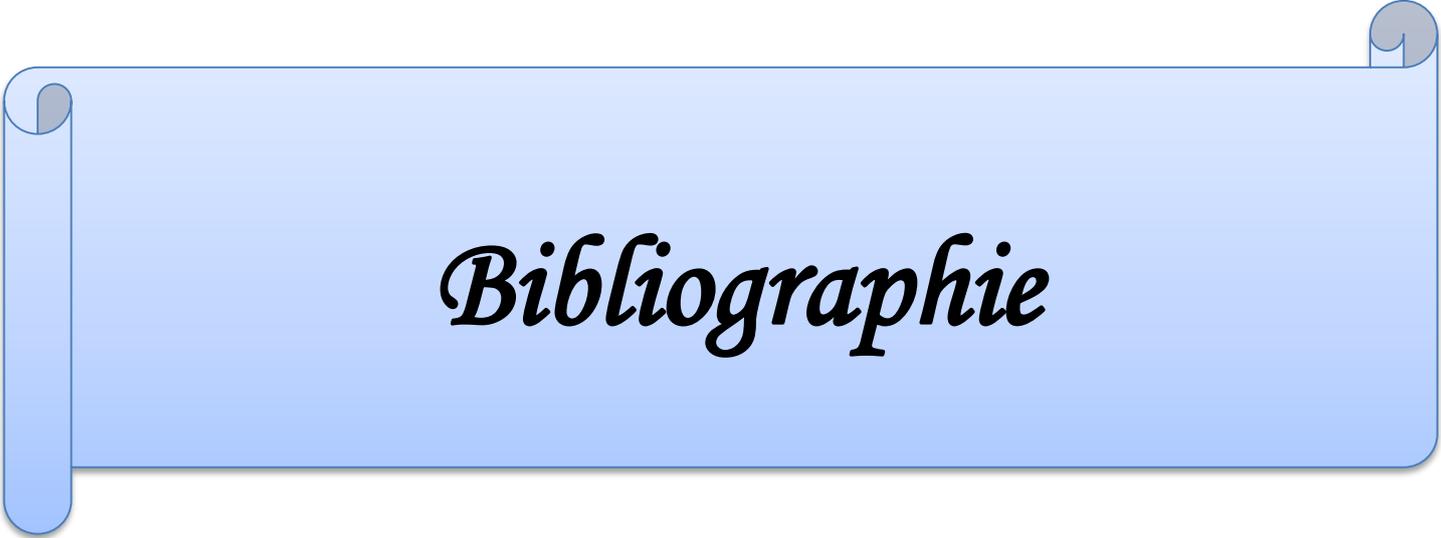
## **Conclusion générale**

La tomodynamométrie (TDM) est une modalité d'imagerie médicale anatomique extrêmement utile en imagerie moléculaire. Elle permet de localiser de façon précise les sources d'émissions détectées en tomographie d'émission par positrons (TEP) relativement à des repères anatomiques facilement identifiables dans les images à haute résolution de la TDM. La localisation s'effectue par superposition des images issues de la TDM et de la TEP, cette dernière étant susceptible de ne contenir que peu de repères anatomiques selon le radio traceur utilisé. Classiquement, la TDM et la TEP se jumellent en juxtaposant axialement un scanner de chaque modalité de sorte que le sujet traverse successivement chaque appareil pour effectuer les deux acquisitions indépendamment.

Au cours du premier chapitre, nous avons pu étudier la terminologie liée à l'imagerie tep, avant de nous appuyer sur le principe physique de la tep afin d'obtenir les caractéristiques de la tep dans le but de connaître les solutions possibles au problème de reconstruction en imagerie

Au cours du deuxième chapitre, nous avons certaines méthodes d'imagerie, mais elles sont limitées dans de nombreuses applications.

Dans le dernier chapitre, ces données sont représentées par des sinogrammes afin qu'elles donnent les éléments de calcul sous forme d'algorithmes de reconstruction qui résolvent les problèmes inverse de la TEP.



# *Bibliographie*

### Bibliographie

[1] : JULIEN WOJAK « Analyse d'images multi-modales TEP-TDM du thorax ». Application à l'oncologie. 17 décembre 2010.

[2] : JEAN-CHRISTOPHE NIEL Directeur général de l'ASN « Imagerie médicale: maîtriser les expositions aux rayonnements ionisants », REVUE DE L'ASN N° 192  
JUILLET 2011 p8.

[3] : MME ILES.A, « Scanner Hélicoïdal » module : imagerie médicale, License, Filière GBM, université de Tlemcen- faculté de la technologie-département de génie biomédical Tlemcen 2014-2015.

[4] P. CLEMENT : ' L'IMAGERIE BIOMEDICALE : définition d'une typologie et proposition d'activités pédagogiques', Images et activités scientifiques, ASTER N° 22, paris, 1996.

[5] E.HOUDART : 'C27 – Sémiologie neuroradiologique', Cours Neuro, 2013.

[6] A.JANKOWSKI, G.FERRETTI : 'Tomodensitométrie volumique : principe, paramètres', Revue des maladies respiratoires volume 27, Grenoble, 2010.

[7] BEN KHALFALLAH Amel et HOURIA Latifa. Imagerie hybride TEP – IRM, MASTER en GENIE BIOMEDICAL Université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen. Mai 2016.

[8] Simon Stute. Modélisation avancée en simulations Monte Carlo de tomographie par émission de positons pour l'amélioration de la reconstruction et de la quantification. Thèse de Doctora, Ecole Doctorale, Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes. Le 26 novembre 2010.

[9] Awen Autret. Amélioration qualitative et quantitative de reconstruction TEP sur plateforme graphique. Thèse de Doctorat Mention : Maths - STIC (sciences et technologies de l'information et de la communication). Le 3 décembre 2015.

[10] Julia Nalis. Synchronisation respiratoire en Tomographie par Emission de Positons couplée à un Tomodensitomètre : Etude des paramètres d'acquisition et comparaison de deux systèmes de synchronisation. Thèse Doctora délivré par l'Université Toulouse III, spécialité : Radiophysique et imagerie médicales. Le 30 octobre 2009.

[11] Yannick Grondin. Etude de l'échantillonnage en tomographie par émission de positons, Traitement du signal et de l'image, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, Français. 2008.

[8] Yannick Grondin. Etude de l'échantillonnage en tomographie par émission de positons, Traitement du signal et de l'image, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, Français. 2008.

[10] **O. Dreuille, P. Maszelin, H. Foehrenbach, G. Bonardel et JF. Gaillard.** Principe et technique de la tomographie par émission de positons (TEP). Article originale, Encyclopédie Médico-Chirurgicale 35-310-A-10. 2002.

[17] **Benoît Lelandais.** Fusion d'informations et segmentation d'images basées sur la théorie des fonctions de croyance : Application à l'imagerie médicale TEP multi traceurs, Laboratoire d'Informatique, du Traitement de l'Information et des Systèmes, Ecole doctorale : Sciences Physiques, Mathématiques et de l'Information pour l'Ingénieur Discipline : Physique - Traitement du signal. Le 23 avril 2013.

[18] **Florent Sureau,** Exploitation de corrélation spatiale et temporelle en tomographie par émission de positons, Thèse de Doctorat spécialité : physique, Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes. Le 26 juin 2008.

[19] **F. Dubios.** Reconstruction des images tomographiques par rétroprojection filtrée, Article CHU Saint Etienne, Revue de l'ACOMEN 1998, vol 4, n2.

[20] **Henri Der Sarkissian.** Reconstruction Tomographique Mojette, Thèse Doctora. Le 07 décembre 2005.

[21] **Jérémy Rapin,** Décompositions parcimonieuses pour l'analyse avancée de données en spectrométrie pour la Santé, Thèse de doctorat Université Paris-Sud Ecole Doctorale STITS. Le 19 Décembre 2014.

[22] **Florent Sureau,** Exploitation de corrélation spatiale et temporelle en tomographie par émission de positons, Thèse de Doctorat spécialité : physique, Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes. Le 26 juin 2008.

[23] **Long CHEN,** Méthodes itératives de reconstruction tomographique pour la réduction des artefacts métalliques et de la dose en imagerie dentaire. TH\_ESE DE DOCTORAT soutenue le 05/02/2014

[24] **Stan Nicol** Étude et construction d'un tomographe TEP/TDM pour petits animaux, combinant modules phoswich à scintillateurs et détecteur à pixels hybrides .