

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Dr. Tahar Moulay de Saïda
Faculté de la Technologie
Département d'Electrotechnique



Mémoire de Fin d'Etudes

en vue de l'obtention du diplôme de

Master (LMD)

Spécialité : RESEAUX ELECTRIQUES

Filière : ELECTROTECHNIQUE

Intitulé :

**Etude du champ électromagnétique généré par
l'interaction d un coup de foudre avec une tour élevée**

Présenté par :

**KHRAIS MOHAMED DJAMEL EDDINE
IDRIS KHODJA NABIL**

Devant le jury composé de :

**Dr M. MANKOUR
Dr. K. ARZAG
Dr. D. RAOUTI**

Président
Encadreur
Examineur

Soutenu le / /2020
Promotion 2019-2020

Remerciement

Le plus grand Merci tout d'abord revient à «ALLAH » qui, lui seul, nous a guidé dans le bon sens durant notre vie et qui nous a donné le courage, et la force pour élaborer ce travail de recherche.

Nous remercions

***Tous les professeurs** qui ont veillé à notre formation tant pédagogique scientifique durant toutes nos années d'études.*

*Notre directeur de mémoire **DR. ARZAGKADDOUR** pour ces précieux conseils. Nous tenons à lui exprimer toutes nos reconnaissances pour la confiance qu'il nous à accordée, la rigueur et la qualité des commentaires suggestions dont il nous a fait part*

Nos remerciements les plus vif s'adresse également aux membres du jury l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptons d'examiner notre travail.

Enfin a tous ceux qui de près ou de loin on apporté un effort pour l'élaboration et leur en forme de ce modeste travail et leur bonne compagnie

Dédicace

Nous dédions ce modeste travail à :

*Les familles idris khodja et khrais qui ont
l'origine de notre réussite grâce à ces
conseils.*

*A tous les enseignants et les travailleurs de département
d'électrotechnique qui nous ont Beaucoup aidés pendant nos années
d'étude.*

A la promotion

Master électrotechnique 2020

Table de matière

Introduction générale	1
 <i>Chapitre I Description du phénomène de la foudre</i>	
I. 1 Introduction	3
I. 2 Formation des nuages	3
I. 2.1 Atmosphère terrestre	3
I. 2.2 Processus de formation des nuages	4
I.2.3 Mécanismes de formation des nuages orageux	7
I.3 Coups de foudre	7
I.3.1 Types de coups de foudre	7
I. 3.2 Composantes d’une décharge négative descendante	9
I.4 Déclenchement artificiel de la foudre	11
I.5 Effets de la foudre sur les lignes aériennes	12
I.5.1 Taux de surtensions dues aux coups de foudre	13
I-5-2 Amplitudes et formes des surtensions dues à un coup de foudre direct	16
I-5-3 Amplitudes et formes des surtensions induites par un coup de foudre indirect	18
I .5 Conclusion	20
 <i>Chapitre II Modélisation du courant de la foudre</i>	
II.1 Introduction	21
II.2 Représentation analytique du courant à la base du canal de foudre	21
II.2.1 Modèle « bi-exponentiel »	21
II.2.2 Modèle de « Heidler »	23
II.3 Modèles du courant de l’arc en retour	24
II.4 Modèles d’ingénieurs	25
II.4.1 Modèle de Bruce et Golde (BG) (1941)	25
II.4.2 Modèle de la ligne de transmission (TL)	26
II.4.3 Modèle de la ligne de transmission modifié (MTL)	27
II.4.4 Modèle de la source de courant mobile (TCS : « Traveling Curent Source »)	27
II.4.5 Modèle de Diendorfer et Uman(appelé Modèle “DU”)	28
II.4.6 Généralisation des modèles ingénieur	28
II.5 Adaptation des modèles d’ingénieurs avec la présence d’une tour élevée	28
II.5.1 Modèle de Rachidi <i>et al</i>	30
II.5.2 Modèle de Baba et Rakov	31
II-6 Conclusion	32
 <i>Chapitre III Modélisation du rayonnement électromagnétique de la foudre</i>	
III.1 Introduction	33
III.2 Géométrie du problème	33
III.3 Equation général décrivant le champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre	34

III.3.1	Equations du champ électromagnétique au dessus du sol	34
III.3.1.1	Cas d'un sol parfaitement conducteur	35
III.3.1.2	Prise en compte de la conductivité finie du sol	36
III.3.2	Champ électromagnétique en dessous du sol	37
III.3.2.1	Formules de <i>Cooray</i>	38
III.3.2.2	Algorithme de <i>Delfino et al</i>	38
III.3.3	Cas d'un sol stratifié (multicouches)	39
III.3.3.1	Algorithme de <i>Delfino et al.</i>	41
III.3.3.2	Approche simplifiée de <i>Shoory et al.</i>	42
III.4	Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)	43
III.4.1	Equations de Maxwell en trois dimensions	44
III.4.2	FDTD-3D en coordonnées cartésiennes	45
III.4.3	Critère de stabilité de la méthode FDTD	50
III.4.4	Conditions aux limites	51
III.4.4.1	Conditions aux limites parfaitement conductrices (PEC et PMC)	51
III.4.4.2	Conditions aux limites absorbantes	52
III.5	Conclusion	54
 <i>Chapitre IV Calcul du champ électromagnétique rayonné par l'interaction d'un coup de foudre avec une tour élevée</i>		
IV.1	Introduction	
IV.2	Méthodologie de calcul	56
IV.2.1	Géométrie adopté pour la simulation	56
IV.2.2	Distribution spatiotemporelle du courant	57
IV.3	Résultats et interprétation	59
IV.3.1	Distribution spatiotemporelle du courant de la foudre	59
IV-3-2	Composantes du champ électromagnétique	60
IV-4	Conclusion	62
Conclusion générale		63
Références bibliographiques		65

Introduction Générale

Introduction générale

La foudre est phénomène naturel spectaculaire dont le temps et le lieu où il manifeste sont inconnu. En plus, il est caractérisé par sa puissance destructrice soit lors qu'il tombe directement sur les différents systèmes ou lors qu'il tombe à une distance proche ou lointaine par rapport à ces systèmes. Ces effets indirects sont sous la forme des perturbations engendrées aux différents systèmes électriques, électroniques et de télécommunication par le couplage avec le champ électromagnétique généré par la foudre. Dans les réseaux électriques l'utilisation croissante de plus en plus des dispositifs électroniques dans les systèmes de control ou de commande, rend la prise en compte des effets indésirables des perturbations électromagnétiques rayonnées d'un coup de foudre indirect comme une étape essentielle dans la conception de ces systèmes. Cela revenu au fait que ces derniers systèmes sont très sensibles et devenues susceptibles face aux perturbations électromagnétiques d'une manière générale et spécialement face aux celles générées par la foudre. Cette importance réservée au phénomène de la foudre, à forcer les spécialistes pour trouver des moyens dont le but est la quantification des différents paramètres liés à ce phénomène tel que le courant et le champ électromagnétique rayonné. Ces moyens sont constituent dans les mesures expérimentales et les calculs obtenues à l'aide des outils de simulations.

Dans notre travail nous nous intéressons à la présentation d'une étude sur le calcul et l'analyse du rayonnement d'un coup de foudre qui tombe sur une tour élevée. A cet effet, notre mémoire est subdivisé en quatre chapitres.

Le premier chapitre sera consacré à la présentation de différentes facettes du phénomène naturelle de la foudre, avec des informations concernant le déclenchement artificiel de la foudre et ces effets directs et indirects sur les réseaux électriques.

Dans le chapitre II, nous abordons la représentation analytique du courant de la foudre. ce dernier se présente par le courant à la base du canal de foudre ainsi que les différentes classes des modèles désignés pour l'étude de la distribution spatiotemporelle du courant d'arc en retour. Une attention spéciale sera réservée aux modèles dits « d'ingénieurs » ainsi que les modifications réalisée pour obtenir une extension de ces modèles traitant le cas d'interaction d'un coup e foudre descendant avec une tour élevée, afin de simuler la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre et le long de la tour.

Les différentes méthodes modélisant le champ électromagnétique généré par la foudre seront présentées dans le chapitre III. Dans cette partie nous abordons les cas liés au champ électromagnétique calculé au dessus d'un sol parfaitement conducteurs (sol ayant une conductivité infinie) et en dessus d'un sol avec une conductivité finie, ainsi que celui calculé en dessous du sol, et aussi le cas d'un sol stratifié (multicouches). Une description du principe de la méthode des différences finies dans le domaine temporel 3D-FDTD sera présentée à la fin de ce même chapitre.

Dans le chapitre IV, nous abordons la mise en œuvre du modèle de *Baba et Rakov* représentant la distribution spatiotemporelle du courant d'arc en retour le long du canal de la foudre et le long de la tour. La méthode 3D-FDTD sera utilisée pour examiner la propagation du champ électromagnétique généré par l'interaction d'un coup de foudre avec une tour élevée.

Le mémoire s'achève par une conclusion générale où nous indiquons quelques perspectives relatives à ce travail.

Chapitre I

Description du phénomène de la foudre

I. 1 Introduction

La foudre est un phénomène spectaculaire qui a attiré l'attention de l'homme depuis leur premier contact. A partir du XXème siècle, l'étude de la foudre est devenue une science.

Par ailleurs, le développement des réseaux d'énergie électrique, avec l'existence des dispositifs électroniques de commande et de control motive sérieusement la recherche sur le phénomène de foudre à cause des dangers qu'elle dispose pour ces éléments et en vue notamment d'avoir une protection efficace contre effets néfastes de ce phénomène sur les systèmes électriques, électroniques ou télécommunication.

Dans ce qui suit nous abordons la phénoménologie de la foudre en présentant les mécanismes de sa génération ainsi que ces effets sur les réseaux électriques.

I. 2 Formation des nuages :

I. 2.1 Atmosphère terrestre [1]:

La formation des nuages a lieu dans la couche d'air qui entoure la terre appelée « atmosphère terrestre ». Cette couche possède une épaisseur d'environ 500 km. Les variations de la température dans cette couche ne sont pas régulières de telle façon que dans certaines zones de cette couche, la température diminue et dans d'autres zones elle augmente, et vu cette variation il existe cinq différentes couches à savoir (Fig. I.1):

- **La troposphère** : est la couche la plus basse possédant une épaisseur moyenne de 11 km. Dans cette couche, il est remarqué que la température diminue avec l'altitude. Les principaux phénomènes météorologiques se déroulent dans cette couche. La troposphère concentre 90% de l'air contenue dans l'atmosphère.
- **La stratosphère** : couche ayant une moyenne de 10 à 30 km d'altitude. Caractérisée par l'augmentation régulière de la température.
- **La mésosphère** : cette couche s'étend en moyenne de 30 à 50 km d'altitude. Cette couche et comme la précédente, caractérisée par une augmentation régulière de la température.
- **La thermosphère** qui s'étend en moyenne de 50 à 400 km d'altitude.
- **L'exosphère** : couche qui permet la transition vers le vide interplanétaire.

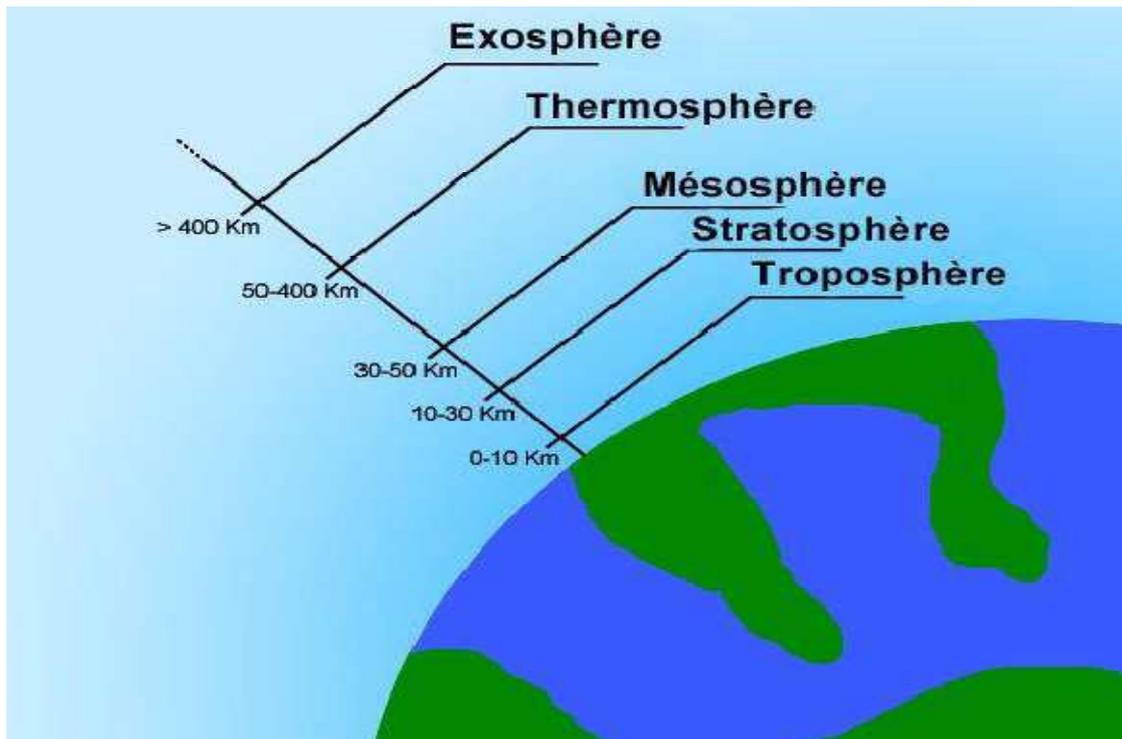


Figure I. 1 Différentes couches de l'atmosphère [1]

I. 2.2 Processus de formation des nuages [2,3]:

La température et la pression de l'air jouent un rôle principal dans la formation des nuages en haute altitude. Il est donc nécessaire de connaître la variation de ces deux grandeurs en fonction de l'altitude.

L'organisation internationale de normalisation a publié la norme ISO 2533:1975 qui donne les variations de la température et de la pression en fonction de l'altitude, d'une atmosphère standard. La variation de la température et de la pression, au niveau de la couche troposphère (d'épaisseur 11 km) et au niveau d'une partie de la couche tropopause (9 km) la sont présentées respectivement par la Fig. I.2 (a) et (b). Ce qui donne une altitude totale de 20 km qui est la hauteur que peuvent attendre les sommets des nuages orageux.

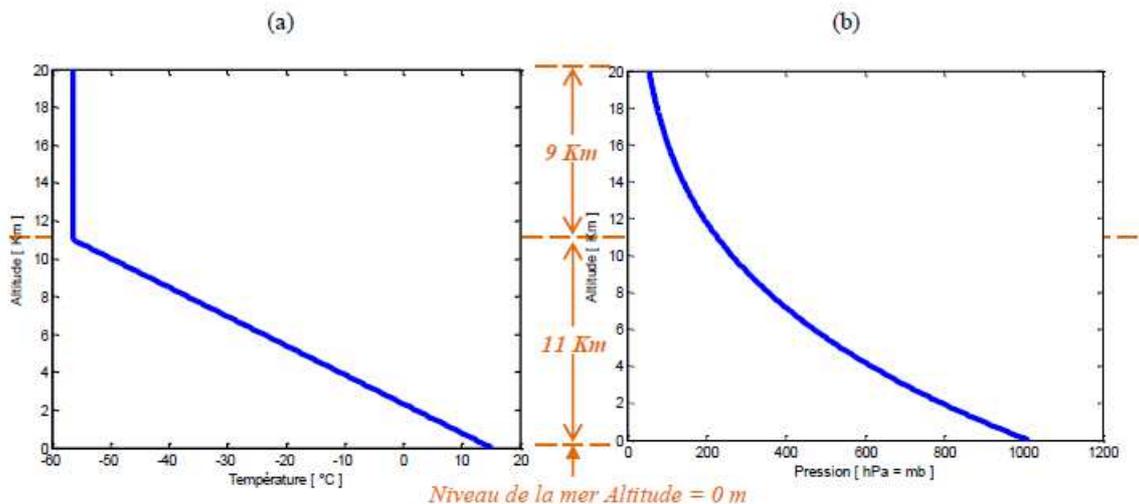


Figure I. 2 Variations de la température et de la pression dans l'atmosphère en fonction de l'altitude : a) Température, b) Pression [2]

Pour que les nuages se forment il faut que la condensation et la solidification de l'air chaud et humide se déclenchent, et cela peut se produire lorsque l'air chaud humide monte en l'altitude. A partir des observations, principalement les mécanismes suivants sont responsables du mouvement ascendant en altitude de l'air chaud et ainsi responsables de la formation des nuages:

- a) Chauffage de la surface du sol et convection libre
- b) Soulèvement de la masse d'air à partir du sol (Influence de la topographie du sol).
- c) Accumulation de l'air en surface et mouvement ascendant de l'air.

a) Chauffage de la surface du sol et convection libre :

Certaines zones de la surface de la terre absorbent mieux la lumière du soleil que d'autres et par conséquent, la terre se réchauffe plus rapidement. L'air en contact avec ces "points chauds" devient plus chaud que son environnement. Une "bulle" d'air chaude (appelée « un thermique ») se détache de la surface chaude et en montant, elle se détend et se refroidit (Fig. I.3). Lors de son ascension, le thermique se mélange avec l'air plus froid et plus sec autour de lui et perd peu à peu son identité et son mouvement ascendant s'affaiblit. Fréquemment, avant qu'il soit complètement dilué, le thermique est pénétré par un autre thermique subséquent, qui le soulève un peu plus haut (Fig. I.3). Si l'air ascendant se refroidit, l'humidité se condense, et le thermique devient visible pour nous (un nuage). La hauteur (l'altitude de formation) du nuage dépend de la température et de la teneur en humidité de l'air au niveau de la surface chaude du sol.

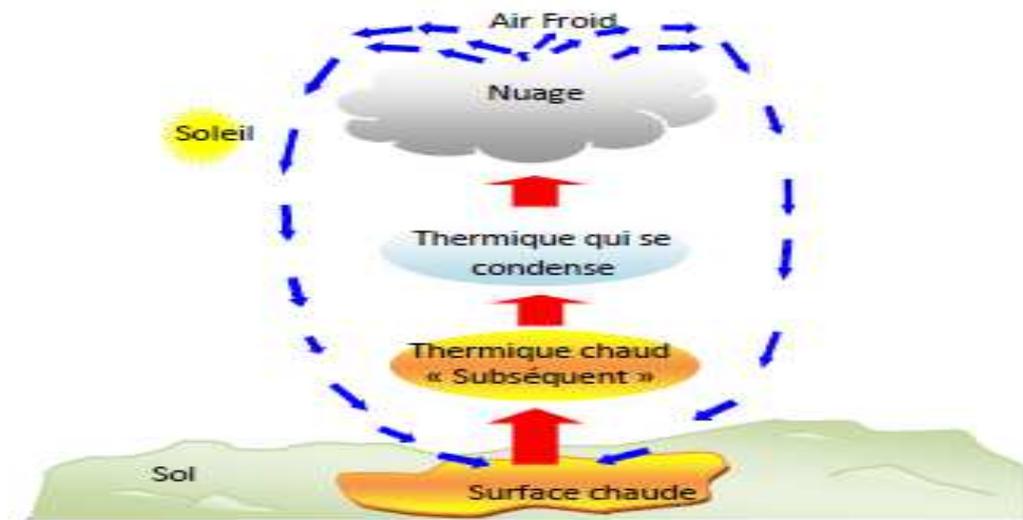


Figure I. 3 Formation du nuage par chauffage de la surface du sol et convection libre [2]

b) Soulèvement orographique :

Lorsque l'air se déplace horizontalement, il ne peut passer à travers les montagnes et doit évidemment passer au-dessus (Fig. I.4). Le soulèvement forcé de l'air le long d'une barrière topographique est appelé soulèvement orographique. Souvent, de grandes masses d'air sont soulevées lorsqu'elles rencontrent une longue chaîne de montagnes. Ce soulèvement produit un refroidissement, et si l'air est humide, des nuages se forment. Les nuages produits de cette manière sont appelés nuages orographiques. Le type de nuage (texture, volume, altitude) qui se forme dépend de la stabilité et de la quantité d'humidité contenue dans l'air.

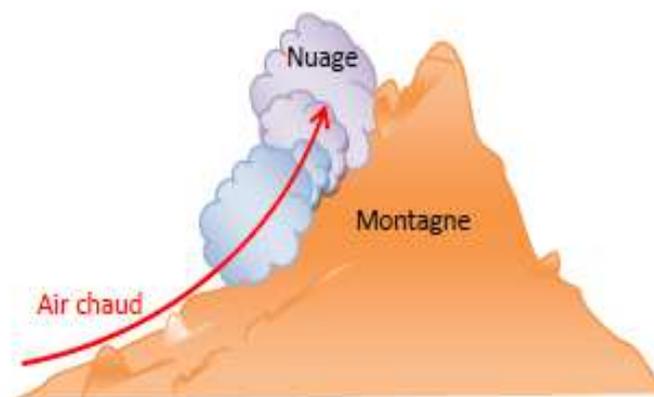


Figure I. 4 Formation du nuage par soulèvement orographique [2]

c) Accumulation de l'air en surface et mouvement ascendant de l'air :

Les masses d'air en différents endroits de la terre se déplacent habituellement dans différentes directions et à différentes vitesses. Parfois, ils se propagent dans le même sens, mais à des vitesses différentes ou à la même vitesse mais dans des directions différentes. Ces irrégularités provoquent l'accumulation de l'air au-dessus d'une région. Cette accumulation peut avoir lieu de deux façons : lorsque les masses d'air se déplacent vers une ligne ou un point et lorsque des masses d'air se déplacent plus lentement que celles qui sont derrière elles. La convergence (accumulation) de l'air en surface (proche du niveau du sol) donnera naissance à un mouvement ascendant de l'air, conduisant à la formation de nuage et même de pluie.

I.2.3 Mécanismes de formation des nuages orageux :

La formation des nuages orageux résulte de la rencontre entre un flux d'air anormalement froid issu de l'électrosphère et un flux d'air anormalement chaud venant du sol. A l'origine les nuages orageux sont des cumulus. A ce stade, un courant ascendant, d'air chaud prédomine au sein du nuage. Ce courant vertical atteint habituellement sa vitesse maximale dans la partie supérieure (de l'ordre de 25m/s). Durant son ascension, l'eau contenue dans le courant d'air chaud, se condense au contact de l'air ambiant plus froid et provoque la création de gouttes d'eau et de glace dans la partie haute du nuage ainsi qu'un courant descendant constitue d'air froid. On parle alors de cumulonimbus. Ce type de nuage est facilement reconnaissable grâce à sa forme en enclume provoquée par la rencontre entre le courant ascendant et les couches hautes de l'atmosphère, (la stratosphère) [2,3].

I.3 Coups de foudre :**I.3.1 Types de coups de foudre :**

Les coups de foudre sont des décharges électriques ayant une longueur allant de quelques kilomètres à quelques dizaines de kilomètres. Il existe quatre types de coups de foudre à savoir (Fig. I.5) [3,4,5]:

- ✓ décharge intra-nuage.
- ✓ décharge inter-nuages.
- ✓ décharge avec l'air.
- ✓ décharge nuage-sol.

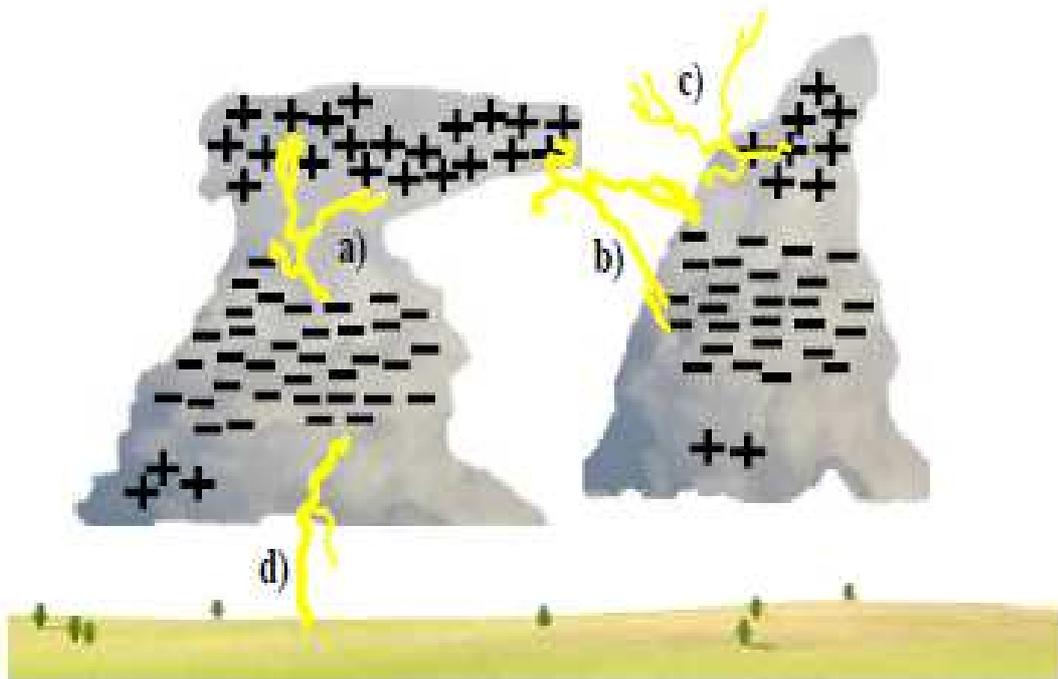


Figure I. 5 Types de coups de foudre [3,4,5]:

- a) décharge intra-nuage.
- b) décharge inter-nuage.
- c) décharge avec l'air.
- d) décharge nuage-sol.

Le type de coup de foudre le plus étudié est celui lié à la décharge nuage-sol, cette dernière est divisée en quatre catégories, qui sont les suivants (Fig. I.6) [3,4,5]:

- ✓ Les décharges négatives descendantes.
- ✓ Les décharges négatives ascendantes.
- ✓ Les décharges positives ascendantes.
- ✓ Les décharges positives descendantes.

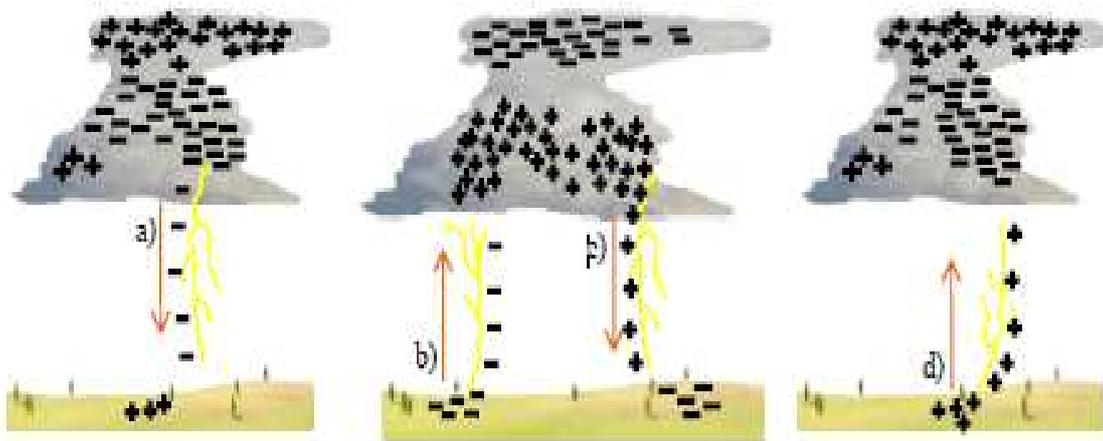


Figure I.6 Différentes décharges nuage sol [3,4,5]:

- a) les décharges négatives descendantes.
- b) les décharges négatives ascendantes.
- c) les décharges positives ascendantes.
- d) les décharges positives descendantes.

La polarité de la décharge (négative ou positive) dépend de la polarité de la charge de début du phénomène de la décharge.

I. 3.2 Composantes d'une décharge négative descendante :

Plus de 90% des décharges de foudre de type nuage-sol sont des décharges négatives descendantes, qui peuvent par conséquent être considérées comme la forme la plus commune des décharges nuage-sol. Cette forme de décharge est déclenchée par un traceur descendant chargé négativement. En se référant à la Fig. I.7, on définit dans l'ordre chronologique les composantes de la décharge totale appelée éclair [3,4,5] :

- **Traceur par pas** : Par un phénomène d'influence électrostatique les charges positives concentrées sur le sol équilibrent les charges négatives situées en altitude, il en résulte un accroissement dans de fortes proportions du champ statique. Lorsqu'il atteint 10 à 20 kV/m, on assiste alors à la décharge préliminaire qui intervient à l'intérieur du nuage, cette décharge déclenche le développement d'un canal chargé négativement vers le sol appelé traceur par pas. La progression de ce canal s'effectue par une série de bonds (ou pas) lumineux successifs [3,4,5].
- **Processus d'attachement** : à l'approche du sol, le traceur dont le potentiel par rapport au sol est environ -10 MV provoque une intensification du champ électrique et initie

une ou plusieurs décharges ascendantes qui vont à sa rencontre. La jonction entre l'une des décharges ascendantes et le traceur par pas s'effectue à quelques dizaines de mètres au-dessus [3,4,5].

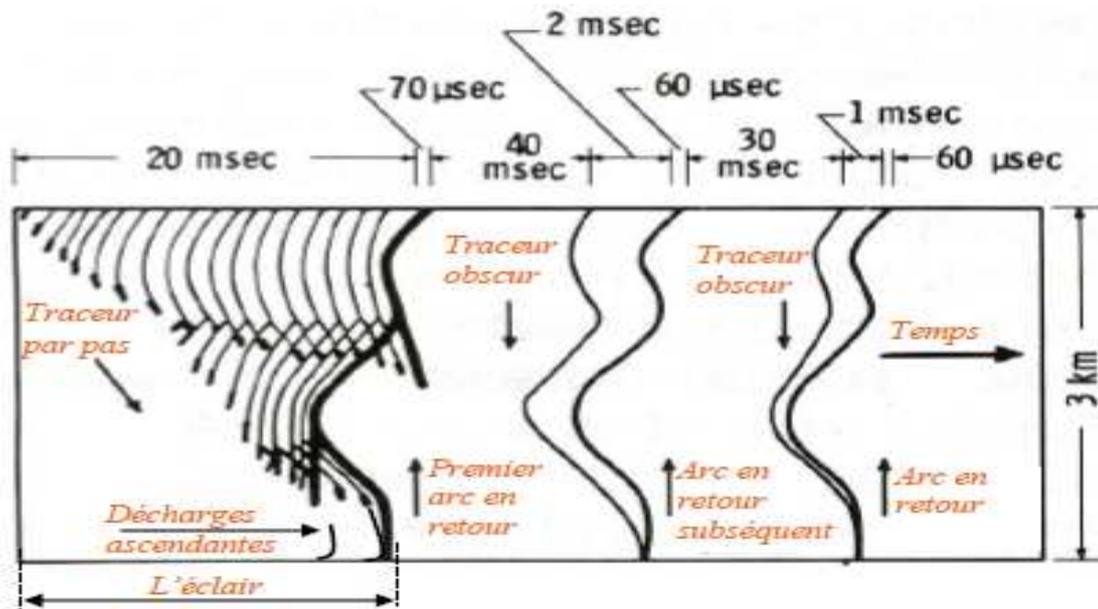


Figure I.7 Séquence traceur descendant et arc en retour dans un éclair [3,4,5].

- Premier arc en retour** : La rencontre entre le traceur par pas et l'une des décharges ascendantes établit un court-circuit entre le sol et le nuage. Le canal du traceur est alors déchargé lorsqu'une onde de potentiel de sol (appelée premier arc en retour) se propage vers le nuage et neutralise le canal chargé par le traceur avec une vitesse décroissante en fonction de la hauteur (de l'ordre de $1/3$ à $2/3$ de la vitesse de la lumière). Le premier arc en retour produit un courant au niveau du sol d'une valeur de pic typique de 30 kA et un temps de montée de l'ordre de quelques microsecondes. La durée de l'impulsion du courant (à la mi-hauteur) est de l'ordre de 50 microsecondes. Durant cette phase la température du canal s'élève jusqu'à 30 000 °K ($\approx 29\,700$ °C) qui génère un canal de haute pression provoquant une onde de choc appelée tonnerre [3,4,5].
- Arc en retour subséquent** : Après la phase du premier arc en retour, l'éclair peut disparaître. Néanmoins, si une quantité résiduelle de charges est encore présente au sommet du canal, il se développe dans le canal précédemment tracé, un traceur obscur qui déclenche, enfin l'arc en retour subséquent. Les courants mesurés à la base du canal de ce dernier ont un temps de montée plus rapide que celui du premier arc en

retour. De nouvelles séquences traceur-arc peuvent ensuite se produire, donnant parfois jusqu'à 15 arcs en retours [3,4,5].

I.4 Déclenchement artificiel de la foudre :

Cette technique du déclenchement artificiel de la foudre est utilisée pour bien comprendre la phénoménologie d'une foudre naturelle [6]. Le but de cette technique est d'extraire des informations sur le courant à la base du canal de foudre ainsi que sur le champ électromagnétique généré. Ce déclenchement est réalisé par le lancement en direction du nuage orageux une fusée attachée à sa derrière un fil métallique dont la basse extrémité est fixée au point de mesure ce qui force la décharge de la foudre à atteindre la terre (Fig. I.8). Aussi, le potentiel de la terre est amené au sommet de la fusée se comportant comme une pointe initiant en son sommet une décharge ascendante [7].

La figure I.9 illustre une séquence d'événements lors d'un déclenchement artificiel de la foudre. Le procédé de déclenchement consiste à propulser vers la base du nuage orageux une fusée tirant un fil métallique mis en contact avec le sol.

Le fil conducteur remplace « le processus d'attachement », il établit un court-circuit à travers le quel s'effectue l'écoulement de l'arc en retour.

La localisation précise du point d'impact permet de réaliser des mesures de courant à la base du canal de la foudre ainsi que les composantes du champ électromagnétique rayonné.

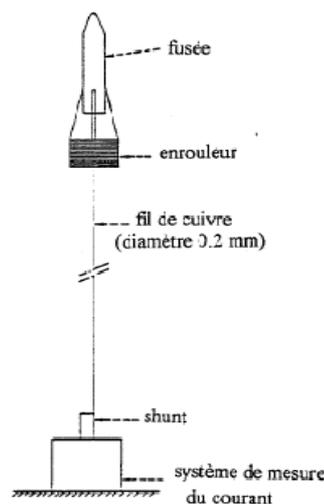


Figure I.8 Système de déclenchement artificiel de la foudre [7]

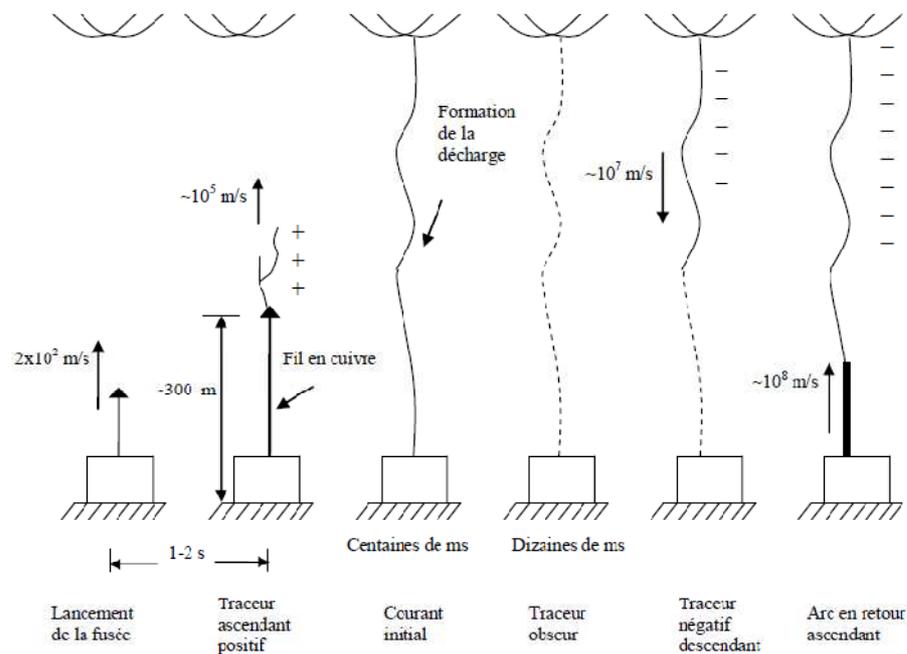


Figure I.9 Séquence d'évènements d'un déclenchement artificiel classique de la foudre [8,9,10].

I.5 Effets de la foudre sur les lignes aériennes

Les coups de foudre directs ou indirects sont des grandes menaces pour les réseaux électriques constitués des lignes d'énergie électrique aérienne, ainsi que pour les isolations des équipements associés à ces lignes. Aussi, la protection contre ces surtensions se base sur deux procédures :

- Réduction de l'amplitude de surtensions provoquée par la foudre (exemple : blindage des conducteurs et réduction de la résistance de terre).
- Limitation de cette surtension au niveau des équipements (exemple : parafoudre).

Pour les réseaux HT et THT ces deux procédures sont connues. Cependant, pour des raisons économiques, les approches de protection sont différentes pour les réseaux MT et BT. Ainsi, l'émergence des systèmes de contrôle-commande, à caractère numérique ; a poussé les industriels à manifester plus d'intérêt à la protection dans les réseaux MT et BT. En effet, dans la section WG05 de la CIGRE [11], les principales recommandations en matière de protection de ces réseaux sont publiées. Dans la partie suivante nous présentons un résumé de

ces recommandations pour le but d'avoir une idée sur les surtensions suites à un coup de foudre dans les réseaux MT et BT.

I.5.1 Taux de surtensions dues aux coups de foudre

Le tableau (I-1) présente quelques statistiques fondamentales des paramètres de courant de foudre [11].

Tableau I-1 : Statistiques des paramètres du courant de foudre [11].

probabilité	90%		50%		5%	
Arc	premier	subséquent	premier	subséquent	Premier	subséquent
<i>I</i> de pic(kA)	14	4.6	30	12	80	30

Les surtensions dus au coup de foudre dans les réseaux électriques peuvent être classées en deux catégories :

- surtensions dû à un coup de foudre direct.
- surtensions dû à un coup de foudre indirect.

a Surtensions due à un coup de foudre direct

Dû à leur niveau inférieur d'isolations les réseaux moyenne tension (MT) et basse tension (BT) sont susceptible à influencer par les coups de foudre direct. Ainsi, un coup de foudre tombant sur une phase, sur le neutre ou sur la structure métallique du support de la ligne électrique génère des étincelles qui provoquent la rupture d'isolation de la ligne [11].

b Surtensions dues à un coup de foudre indirect (surtensions induites)

Le coup de foudre indirect, est celui qui tombe sur la terre ou sur une structure au voisinage d'une ligne d'énergie électrique dont l'amplitude peut être supérieure au niveau de la tension qui peut supporter les isolateur de la ligne (tension de tenue d'isolation).

Une coordination d'isolement (mesures à respecter pour avoir un bon isolement) efficace se base sur une bonne connaissance des paramètres des surtensions (amplitude – énergie...). Dans ce sens, il y a une différence entre les surtensions dues à des coups foudre directs et ceux dues à un coup de foudre indirects. Ainsi, il est nécessaire d'avoir une base de données solide sur ces types d'événements [11].

c Nombre de coups de foudre directs

La formule (I-1) présente le nombre N_d de coups de foudre directs sur les lignes électriques par an et par 100 km [11,22] :

$$N_d = K_0 N_g \cdot (b + 10.5 \cdot H_l^{0.75}) \cdot \frac{1}{10} \quad (\text{I-1})$$

Avec :

N_g : Densité d'éclairs au sol (Nb. d'éclairs par km² par an)

H_l : Hauteur moyenne de ligne (m).

b : Distance horizontale entre les conducteurs extérieurs.

K_0 : Coefficient orographique.

La figure (I-10) donne le coefficient K_0 en fonction des paramètres de l'orographie définis dans la figure (I-11).

Remarque : L'orographie décrit l'ensemble des caractéristiques du relief, comme les montagnes, les collines, les vallées et les plaines)

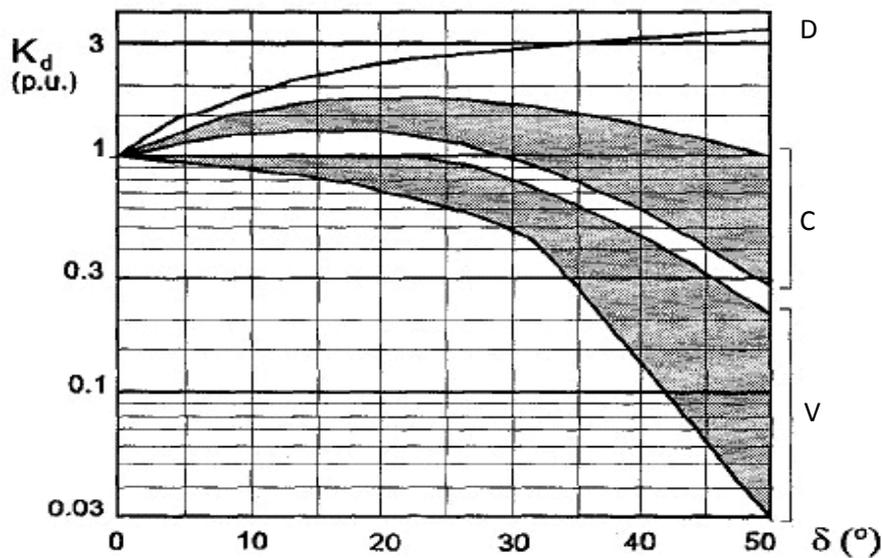


Figure I.10 Coefficient de correction de l'orographie. [11]

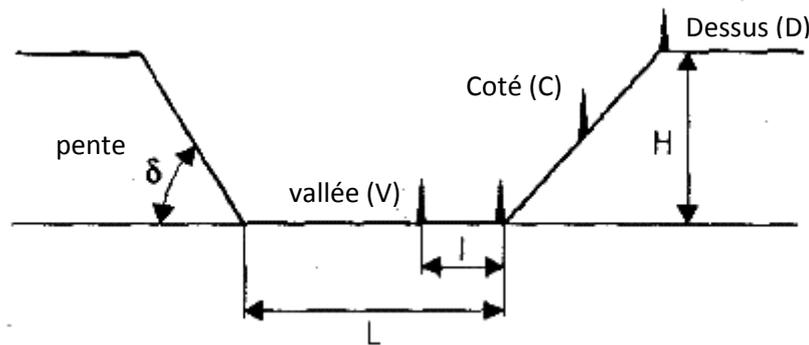


Figure I.11 Paramètres utilisés pour évaluer l'influence de l'orographie sur le nombre de coups de foudre directs [11]

d Nombre de surtensions induites par la foudre

Le nombre des surtensions induites dont des amplitudes supérieures à une valeur d'amplitude de tension donnée « U » (en kV), durant une année et par 100 km est donné par la formule suivante [11,12] :

$$N_i = 0.19 \left[3,5 + 2,5 \cdot \log \frac{30(1-c)}{U} \right]^{3.75} \cdot N_g \cdot H_l \quad (\text{I-2})$$

N_g et H_l sont les mêmes que ceux de la formule (I-1) et c est le facteur de couplage entre le câble de terre et le conducteur.

En absence d'un câble de terre le paramètre c prend la valeur zéro, et en présence d'un câble de terre relié par une résistance inférieure à 50Ω , le paramètre c varie entre 0.3 et 0.4 (le câble de terre minimise de 30% à 40% la surtension). Pour une ligne basse tension, les conducteurs neutres reliés à la terre conduisent comme un câble de terre, le facteur c varie entre 0.7 et 0.9, dépendant de la résistance R de la connexion à la terre [11].

La figure (I.12) présente le nombre des surtensions induites par an en fonction des amplitudes de ces surtensions pour une hauteur moyenne de la ligne de 10 m et un facteur de couplage égale à 0.

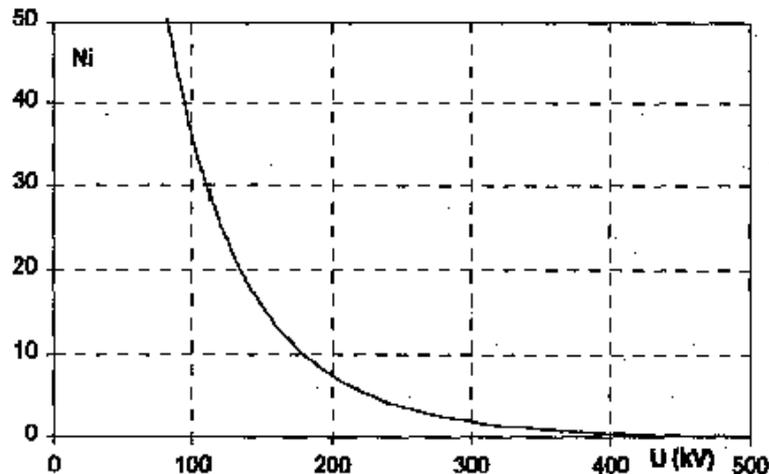


Fig. I-12 : Nombre de surtensions induites par an ($H_l = 10\text{m}$, $c=0$) [11]

I-5-2 Amplitudes et formes des surtensions dues à un coup de foudre direct

a Ligne MT

Lorsqu'un coup de foudre a eu lieu sur une phase, il résulte à la présence de deux ondes de courant qui se propagent dans deux directions opposées par rapport au point d'impact. La tension due à ce coup de foudre direct est obtenue en multipliant la demi-valeur d'amplitude du courant par l'impédance caractéristique de la ligne. Plus que 90% de coups de foudre donnent un pic de courant dont la plus petite valeur est de l'ordre de la dizaine de kA [11], donnant lieu à des surtensions dépassant les 2 MV [11].

La figure (I-13) présente un exemple d'une surtension générée par un arc de foudre qui tombe directement sur une ligne aérienne. Cet exemple illustre les caractéristiques générales des surtensions issues d'un coup de foudre direct, la forme d'onde présente plusieurs pics suivis d'une impulsion de tension avec une forme régulière [11].

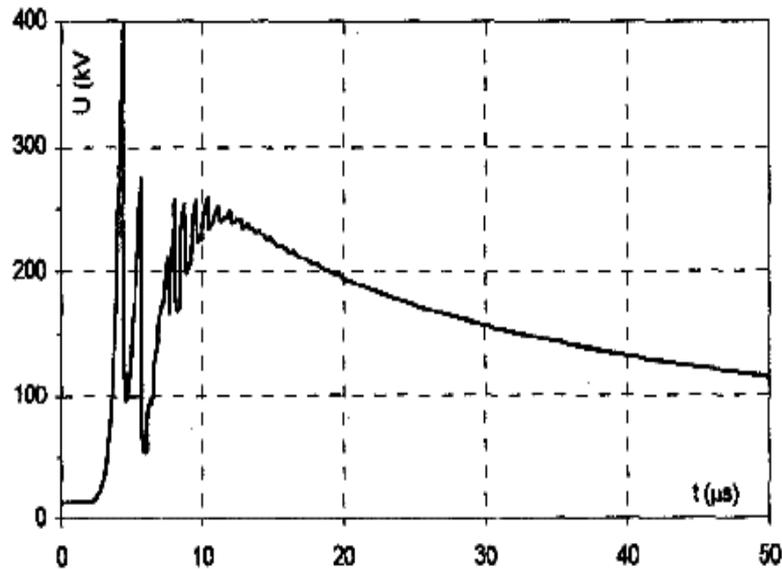


Figure I.13 Exemple surtension typique
due à un arc de foudre direct sur une ligne MT [11]

b Ligne BT

Le processus de génération des surtensions pour une ligne aérienne basse tension est quelque peu différent de celui des lignes MT. Plus spécifiquement, les conducteurs neutres sont souvent présent, et sont connectés à la terre tous les 50 à 500 m. En outre, la tension de tenue de l'impulsion de foudre entre phases ou entre phase et neutre est largement inférieure à celle des lignes MT.

Approximativement la surtension est égale au courant de foudre multiplié par l'impédance de la mise à la terre. Ceci signifie que l'amplitude des surtensions due à un coup de foudre direct dans le cas des lignes BT est inférieure à celle produite dans les lignes MT [11,13].

La probabilité des coups de foudre directs sur les lignes BT est généralement faible. De plus, les amplitudes des surtensions sur les lignes BT sont relativement réduites. Ceci est dû à l'extension limitée des lignes BT, et à la protection par les édifices, maisons, arbres...etc. Ces surtensions sont nettement supérieures au niveau d'isolation des appareils connectés à la ligne (quelques kV pour les appareils domestiques) [11,13].

I-5-3 Amplitudes et formes des surtensions induites par un coup de foudre indirect

a Ligne MT

Les surtensions dues au couplage entre le champ électromagnétique généré par un coup de foudre indirect avec une ligne aérienne (surtensions induites) sont approximativement les mêmes sur chaque conducteur de la ligne, et ils ont une polarité inverse à celle des courants de foudre. Etant donné que le courant de foudre est négatif dans presque 90% des cas, les surtensions induites ont une polarité positive dans leurs larges majorités [11].

En général, l'amplitude des surtensions induites est inférieure en comparaison avec celle des surtensions dues à des coups de foudres directs. Cependant, ces surtensions peuvent affecter significativement la qualité de service fournie à la clientèle à cause des interruptions dans les systèmes de distribution provoquées par ce phénomène indésirable. Pour cette raison, les chercheurs spécialistes de la compatibilité électromagnétique ont lancé nombreuses études théoriques et expérimentales durant ces dernières années, afin de cerner le phénomène des surtensions induites.

Selon le rapport du groupe d'action WG 33.01.01 de la CIGRE (Groupe d'action commun 36/33 et CIRED/CIGRE working group 05 [11,13]) la comparaison entre les surtensions mesurées et calculées montre une concordance raisonnable, notamment de point de vue des formes d'ondes.

De plus, il est utile de mentionner que S. Rusck présente dans son travail de thèse PHD en 1958 [14], une formule analytique qui permet de calculer d'une manière estimative la valeur maximal du premier pic U_{max} des surtensions induites, en un point ayant la distance la plus courte entre la ligne et le point d'impact de la foudre. Mathématiquement cette estimation est représentée par la formule suivante :

$$U_{max} = Z_0 \cdot \frac{I_0 \cdot h}{y} \quad (I-3)$$

Avec :

I_{max} : Valeur maximale du courant de foudre (kA).

h : Hauteur de la ligne (m).

y : La plus petite distance entre le canal de foudre et la ligne (m).

$$Z_0 = 30\Omega.$$

Cependant, il faut noter que cette formule ne donne aucune information sur la forme d'onde de la surtension. De plus elle est basée sur les hypothèses d'un sol parfaitement conducteur (caractérisé par une conductivité infinie) et d'un canal de foudre vertical sans ramifications. En revanche elle a l'avantage de donner une idée sur l'influence de certains paramètres caractéristiques importants de la surtension sur la valeur maximale de celle-ci.

La figure (I-14) montre un exemple sur les formes d'onde du courant à la base du canal d'un coup de foudre nuage-sol et des surtensions induites mesurées [11].

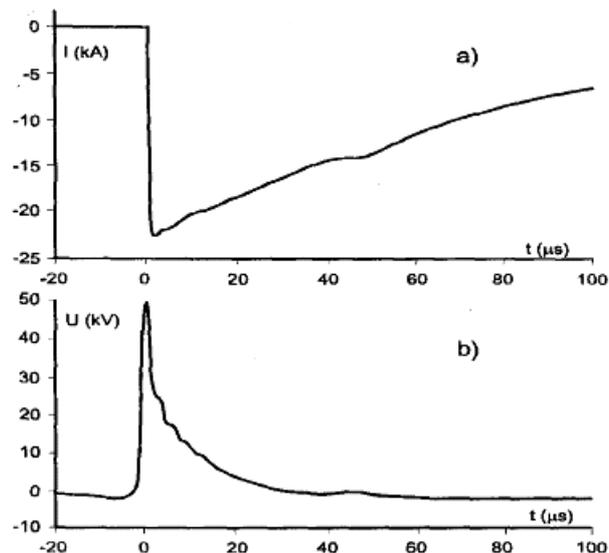


Figure I.14 : Exemple de : a) courant mesuré à la base du canal de foudre.
b) surtensions induits sur la ligne.[11]

***b* Ligne BT**

Le mécanisme de présence des surtensions induites dans la ligne BT est identique à celui produit dans les lignes MT. Mais comme il est connu que la présence du conducteur neutre relié à la terre à des intervalles donnés, fait diminuer les surtensions induites et pour cela que les amplitudes de ces dernières sur les lignes BT sont généralement inférieures à celles observées dans les lignes MT [11].

Les tensions induites sur les conducteurs reliés à la terre sont limitées par le réseau de terre. La valeur maximale de la tension induite est localisée dans le milieu de la boucle (intervalle entre deux liaisons de terre) et elle diminue le long de la boucle (la longueur de la boucle est généralement entre 50 et 500 m) [11].

Comme conséquence, généralement l'isolation de la ligne BT n'est pas affectée par les surtensions induites. Ainsi, ces surtensions peuvent être nocives seulement pour les appareils domestiques. De plus les surtensions induites dans certains points de la ligne sont caractérisées par des oscillations (Fig. I-15).

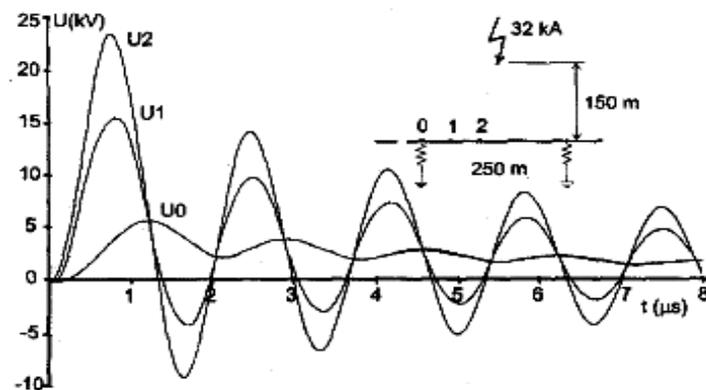


Figure I.15 : Surtensions typiques induites par un coup de foudre proche d'une ligne BT [11]

I.5 Conclusion :

Dans ce premier chapitre nous avons présenté une description succincte du phénomène naturelle dit la foudre qui attire l'intention des spécialistes de l'électrotechnique. Dans cette présentation nous avons entamé les aspects physiques liés à la formation du phénomène de la foudre ainsi que sa décharge en donnant ces différents types. Nous avons également passé en revue le déclenchement artificiel de la foudre. En dernier, on est intéressé aux effets de la foudre direct et indirect sur les lignes d'énergie électrique MT et BT. La modélisation du courant de l'arc en retour d'un coup de foudre nuage-sol fera l'objet du prochain chapitre.

Chapitre II

Modélisation du courant de la foudre

II.1 Introduction

Les différents systèmes électriques, électroniques et de télécommunication sont susceptibles à être perturbé par leur interaction avec les champs électromagnétiques générés par la foudre. Des études liées à cette interaction la connaissance de la source du champ est très importante. L'origine des signaux perturbateurs est la propagation du courant d'arc en retour le long du canal de foudre. Aussi, dans ce chapitre nous abordons la modélisation de ce courant en présentant les modèles mathématiques du courant à la base du canal de foudre, ainsi que les modèles décrivant la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre. Ainsi, dans ce même chapitre nous présentons les modèles dits « d'ingénieurs ».

II.2 Représentation analytique du courant à la base du canal de foudre

La modélisation du courant de l'arc en retour est très importante dans les études liées aux effets électromagnétiques de la foudre sur les différents systèmes. Dans la littérature il existe différents expressions mathématiques dont le but est la représentation de ce courant. Ainsi, dans cette partie une brève description est donnée sur les modèles les plus utilisés.

II.2.1 Modèle « bi-exponentiel »

C'est le premier modèle adopté pour représenter le courant à la base du canal de la foudre [2,3,4,5]. Le premier arc en retour et l'arc en retour subséquent respectivement sont représentés par les équations suivantes :

Premier arc en retour

$$i(0,t) = I_0 (\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)) \quad (\text{II-1})$$

Arc en retour subséquent

$$i_s(0,t) = I_0/2 (\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)) \quad (\text{II-2})$$

Avec:

I_0 : amplitude du courant de foudre.

α : inverse du temps de montée de l'impulsion du courant de foudre.

β : inverse de la durée de l'impulsion du courant de foudre.

Ces derniers paramètres sont estimés à partir des mesures. *Dennis et Pierce* ont proposé les valeurs suivantes [2,3,4,5] :

- 1^{er} arc en retour: $I_0 = 30\text{kA}$, $\alpha = 2.10^4 \text{ S}^{-1}$, $\beta_l = 2.10^5 \text{ S}^{-1}$
- Arc en retour subséquent : $I_0 = 10\text{kA}$, $\alpha = 1,4.10^4 \text{ S}^{-1}$, $\beta_l = 6 \cdot 10^6 \text{ S}^{-1}$

Ainsi, *Leteinturier* compte à lui ces paramètres on les valeurs suivantes [2,3,4,5] :

$$I_0 = 20\text{kA}$$

$$\alpha = 3.10^4 \text{ S}^{-1}$$

$$\beta_l = 10^7 \text{ S}^{-1}$$

D'autre part une modification est effectuée par *Ciano et Pierce* pour modéliser l'arc en retour subséquent, à cet effet ils ont proposé d'ajouter une 2^{ème} exponentielle à la première, le modèle du courant à la base du canal devient alors [2,3,4,5]:

$$I(0, t) = i_1(0, t) + i_2(0, t) \quad (\text{II-11})$$

Avec les paramètres suivants :

$$I(0, t) = i_1(0, t) + i_2(0, t) \quad (\text{II-3})$$

Avec :

$$i_1(0, t) = I_{01} * (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (\text{II-4})$$

$$i_2(0, t) = I_{02} * (e^{-\gamma t} - e^{-\delta t}) \quad (\text{II-5})$$

Et :

I_{01} : Amplitude de courant i_1

α : Inverse du temps de montée de l'impulsion du courant i_1

β : Inverse de la durée de l'impulsion du courant i_1

Par une simple analogie, les mêmes définitions pour les variables associées au courant i_2 peuvent être obtenues.

II.2.2 Modèle de « Heidler »

Heidler en 1985 a proposé une nouvelle expression analytique pour le courant à la base du canal de foudre. Cette dernière a présenté une amélioration non négligeable au niveau de l'onde du courant à la base du canal de la foudre d'une façon que les résultats correspondent mieux aux observations expérimentales. L'expression du courant est sous la forme suivante [2,3,4,5]:

$$i_1(t) = \frac{I_{01}}{\eta} \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \quad (\text{II-6})$$

D'où :

I_1 : Amplitude maximale du courant i_1

τ_1 : Temps de montée du courant i_1

τ_2 : Durée de l'impulsion de i_1

η : Paramètre défini de telle sorte que le maximum de i_1 soit I_1 :

$$\eta = \exp\left[-\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right) \left(n \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^{\frac{1}{n}}\right]$$

Cependant, la somme de deux fonctions de type (II-6) à été utilisée, pour l'objectif d'obtenir la forme du courant de foudre à la base du canal pour un arc en retour subséquent.

Ainsi, ce courant se présente sous la forme :

$$I(0, t) = i_1(t) + i_2(t) \quad (\text{II-7})$$

Où :

$$i_1(t) = \frac{I_{01}}{\eta_1} \frac{\left(\frac{t}{\tau_{11}}\right)^{n_1}}{1 + \left(\frac{t}{\tau_{11}}\right)^{n_1}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{12}}\right) \quad (\text{II-8})$$

$$i_2(t) = \frac{I_{02}}{\eta_2} \frac{\left(\frac{t}{\tau_{21}}\right)^{n_2}}{1 + \left(\frac{t}{\tau_{21}}\right)^{n_2}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{22}}\right) \quad (\text{II-9})$$

$$\eta_1 = \exp\left[-\left(\frac{\tau_{11}}{\tau_{12}}\right) \left(n_1 \cdot \frac{\tau_{12}}{\tau_{11}}\right)^{\frac{1}{n_1}}\right] \quad (\text{II-10})$$

$$\eta_2 = \exp\left[-\left(\frac{\tau_{21}}{\tau_{22}}\right) \left(n_2 \cdot \frac{\tau_{22}}{\tau_{21}}\right)^{\frac{1}{n_2}}\right] \quad (\text{II-11})$$

Avec :

I_{01} : Amplitude du courant i_1

τ_{11} : Temps de montée de l'impulsion du courant i_1 ,

τ_{12} : Durée de l'impulsion de courant i_1 ,

η_1 : Facteur de correction de l'amplitude du courant i_1 ,

η_2 : Facteur de correction de l'amplitude du courant i_2 ,

n_1 : Nombre entier compris dans l'intervalle [2.....10].

Mêmes définitions pour le courant i_2 .

II.3 Modèles du courant de l'arc en retour

Depuis 1941, la communauté scientifique est intéressée à la modélisation de la distribution spatio-temporelle du courant de l'arc en retour lors de sa propagation le long du canal de la foudre. Ainsi, pour atteindre ce but toute une série de modèles relatifs à cette distribution spatio-temporelle a été proposée.

En général ces modèles sont classés en quatre grandes classes à savoir [2,3,4,5]:

a/ Les modèles « physiques » : les modèles appartenant à cette classe sont basés sur une approche physico-chimique décrivant l'évolution radiale d'une décharge électrique dans un plasma contenu dans un volume cylindrique. Les sorties principales du modèle incluent la température, la pression, et la masse volumique en fonction du temps.

b/ Les modèles « électromagnétiques » : dans ces modèles le courant de l'arc en retour est représenté en s'appuyant sur la théorie des antennes. Ces modèles impliquent une solution numérique des équations de Maxwell pour trouver la distribution du courant le long du canal pour lequel le champ électrique et le champ magnétique à distance peut être calculé.

c/ Modèles dit « modèles RLC » : ils peuvent être considérés comme une approximation des modèles électromagnétiques et ils représentent la décharge de foudre comme un processus transitoire sur une ligne de transmission caractérisée par des résistances, des inductances et des capacités toute par unité de longueur. Ces modèles sont utilisés pour déterminer le courant du canal et peuvent donc également utilisés pour calculer le champ magnétique et le champ électrique à distance.

d/ Modèles dit « d'ingénieurs » : dans lesquels la distribution spatiale et temporelle du

courant du canal de foudre est basée sur les caractéristiques observées de l'arc en retour, à savoir le courant à la base du canal et la vitesse de propagation de l'arc en retour le long du canal de foudre.

Dans la suite de ce document, nous allons nous intéresser à cette famille de modèles, pour deux raisons essentielles :

1. La première est liée au faible nombre de paramètres à traiter.
2. La deuxième est liée à l'écriture simple du courant dans le canal qui est fonction du courant à la base du canal de foudre.

II.4 Modèles d'ingénieurs :

II.4.1 Modèle de Bruce et Golde (BG) (1941)

Il s'agit d'un des premiers modèles dans le genre et probablement le plus simple. Selon ce modèle, le courant $i(z', t)$ à des hauteurs inférieures au front de l'arc en retour est égal au courant à la base du canal, et à des hauteurs supérieures au front de l'arc en retour [2,3,4,5], le courant est nul (Fig. II-1) :

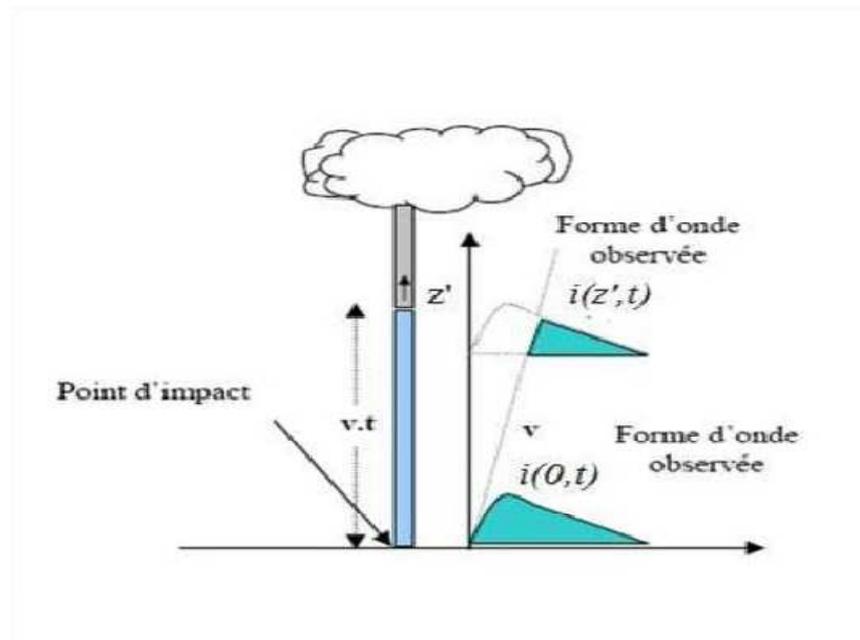


Figure II.1 Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour selon le modèle BG [2,3,4,5]

Mathématiquement, il est décrit comme suit :

$$\begin{cases} i(z', t) = i(0, t) & \text{si } z' \leq v \cdot t \\ i(z', t) = 0 & \text{si } z' > v \cdot t \end{cases} \quad (\text{II-12})$$

v : la vitesse de l'arc en retour.

z' : un point du canal de foudre.

t : le temps.

II.4.2 Modèle de la ligne de transmission (TL) :

Ce modèle a été développé par Uman et McLain en 1969 .En effet, ces derniers ont représenté le canal de foudre par une ligne de transmission sans pertes. Ils supposent aussi que le courant d'arc en retour se propage le long du canal à partir du sol avec une vitesse constante et sans aucune déformation [2,3,4,5] (figure II-2) :

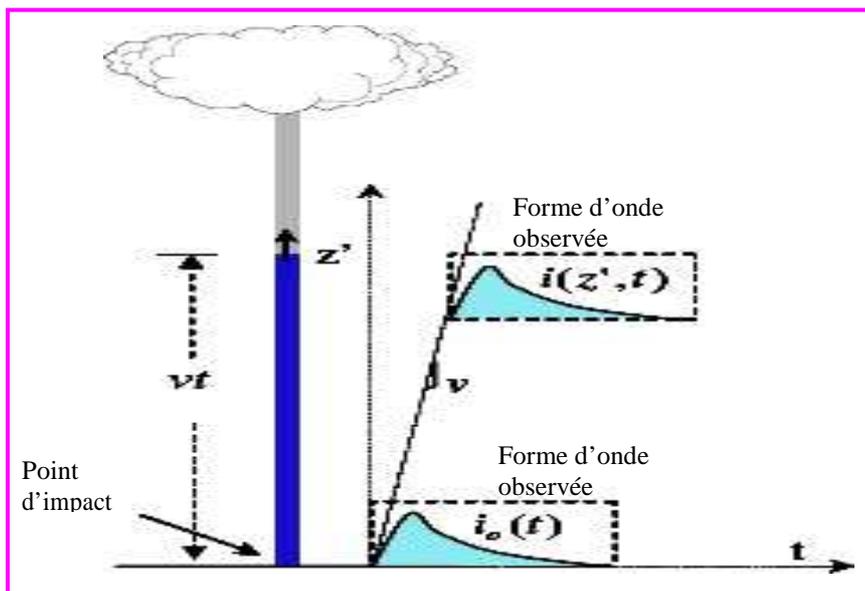


Figure II.2 Distribution spatio-temporelle du courant d'arc en retour Selon le modèle TL [2,3,4,5]

Les équations décrivant la répartition du courant le long du canal de foudre :

$$\begin{cases} i(z', t) = i(0, t - z'/v) & \text{si } z' \leq v \cdot t \\ i(z', t) = 0 & \text{si } z' > v \cdot t \end{cases} \quad (\text{II-13})$$

II.4.3 Modèle de la ligne de transmission modifié (MTL)

Dans ce modèle, deux modifications au modèle TL ont été introduites par Rakov et Dulzon (1987) et Nucci et al. (1988), ces deux formalismes sont décrits ci-dessous :

a/ Modèle de la ligne de transmission modifiée avec décroissance linéaire (MTLL)

Ce modèle a été mis en point par Rakov et Dulzon en 1987. L'amplitude du courant de foudre diminue linéairement lorsque ce dernier se propage vers le haut du canal. Selon ce modèle la distribution du canal de foudre s'écrit comme suit [2,3,4,5]:

$$\begin{cases} i(z', t) = (0, t - z'/v)(1 - z'/H) & \text{si } z' \leq v.t \\ i(z', t) = 0 & \text{si } z' > v.t \end{cases} \quad (\text{II-14})$$

Avec H la hauteur totale du canal de foudre.

b/ Modèle de la ligne de transmission modifiée avec décroissance exponentielle (MTLE)

Ce modèle revendiqué par Nucci et al en 1988. Le courant de foudre est supposé décroître exponentiellement lorsqu'il se propage le long du canal de foudre [2,3,4,5]. Ils s'expriment par :

$$\begin{cases} i(z', t) = (0, t - z'/v)e^{-i/\lambda} & \text{si } z' \leq v.t \\ i(z', t) = 0 & \text{si } z' > v.t \end{cases} \quad (\text{II-15})$$

Le facteur λ est la constante de décroissance introduite pour tenir compte de l'effet de charges stockées dans le leader qui sont neutralisées durant la phase de l'arc en retour.

II.4.4 Modèle de la source de courant mobile (TCS : « Traveling Current Source ») :

Selon ce modèle, proposé par *Heidler* en 1985 [2,3,4,5], les charges localisées dans le canal de foudre sont neutralisées instantanément à l'arrivée du front de l'arc en retour. Une source

de courant est associée au front de l'arc en retour et parcourt le canal à la vitesse v de celui-ci. Le courant résultant se propage jusqu'au sol à la vitesse de la lumière. Le courant injecté par la source mobile à une hauteur z' atteint la base du canal avec un retard égal à : $\frac{z'}{v_0}$, comme on peut le constater à travers l'écriture de l'expression mathématique suivante:

$$\begin{cases} i(z', t) = i\left(0, t + \frac{z'}{v_0}\right) & \text{si } z' \leq v.t \\ i(z', t) = 0 & \text{si } z' > v.t \end{cases} \quad (\text{II-16})$$

II.4.5 Modèle de Diendorfer et Uman(appelé Modèle 'DU') :

Ce modèle a été proposé par *Diendorfer et Uman* en 1990 [15]. Selon ce modèle, le courant d'arc en retour se compose de deux termes, le premier terme est identique à celui du modèle TCS, et le deuxième terme représente un courant de polarité inverse qui monte instantanément à une valeur égale à l'amplitude du courant de front et décroît exponentiellement en fonction du temps (avec une constante de temps : τ_D).

La distribution du courant de foudre, d'après ce modèle, s'écrit :

$$\begin{cases} i\left(0, t + \frac{z'}{c}\right) - i\left(0, \frac{z'}{v^*}\right) \cdot e^{-\left(t - \frac{z'}{v_f}\right) \tau_D^{-1}} & \forall z' \leq v_f \cdot t \\ 0 & \forall z' > v_f \cdot t \end{cases} \quad (\text{II-17})$$

Avec :

$$v_f = c^{ste}$$

$$\tau_D = c^{ste}$$

Où τ_D est une constante de temps, supposée égale à 0.1 μ s selon *Thottappillil et al.* [16].

$$\text{Avec : } v^* = v_f / \left(1 + \frac{v_f}{c}\right)$$

Cas particulier : Le modèle DU devient le modèle TCS pour $\tau_D = 0$.

II.4.6 Généralisation des modèles ingénieur

Les modèles d'ingénieur les plus utilisés dans la littérature sont les modèles TL, MTLE, MTLL, BG et TCS *Rakov et al* ont proposé la représentation de ces modèles à l'aide d'une seule expression. Cette dernière s'écrit comme suit [4,17] :

$$i(z', t) = P(z') i(0, t - z'/v) u(t - z'/v_f) \tag{II-18}$$

Où:

u : Fonction échelon unité ayant pour valeurs:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq z'/v \\ 0 & \text{si } t \leq z'/v \end{cases} \tag{II-19}$$

$P(z')$. : Facteur d'atténuation de l'onde de courant d'arc en retour

v_f : Vitesse de propagation du front ascendant (appelée aussi par la vitesse de l'arc en retour).

v : Vitesse de propagation de l'onde de courant.

Le tableau II. résume les paramètres : v et $P(z')$.

Modèle	$P(z')$	v
BG	1	∞
TL	1	v_f
TCS	1	$-c$
MTLL	$1 - z'/H$	v_f
MTLE	$\exp(-z'/\lambda)$	v_f

Tableau II.1 : Valeurs des paramètres $P(z')$ et v pour les cinq modèles d'Ingénieur [4, 17]

II.5 Adaptation des modèles d'ingénieurs avec la présence d'une tour élevée

Quand un coup de foudre tombe sur le sommet d'un objet élevé tel qu'une tour, il y aura naissance de deux courants, le premier se propage le long de la tour et le deuxième se propage le long du canal de la foudre. Ainsi, l'étude du couplage du champ électromagnétique avec les autres systèmes demande la prise en compte de ce changement du courant de l'arc en retour. Dans cette section nous abordons les modèles mathématiques dédiés pour présenter la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre et le long de la tour.

II.5.1 Modèle de Rachidi *et al.*

Les modèles d'ingénieur initialement présentés précédemment pour le cas d'un coup de foudre nuage-sol ont été modifiés par *Rachidi et al.* [18] pour prendre en compte le cas d'interaction d'un coup de foudre avec un objet élevé (tour). La distribution du courant le long de la tour ($0 = z' = h$) et le long du canal de foudre ($z' \geq h$) (Figure IV.1) est représentée par les formules mathématiques suivantes [18]:

Pour $0 \leq z' \leq h$:

$$i(z', t) = (1 - \rho_t) \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\rho_t^n \rho_g^n i_0 \left(h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) + \rho_t^n \rho_g^{n+1} i_0 \left(h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right)}{\rho_t^n \rho_g^{n+1} i_0 \left(h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right)} \right] u \left(t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \quad (II-20)$$

Pour $z' \geq h$:

$$i(z', t) = \left[\begin{array}{l} P(z' - h) i_0 \left(h, t - \frac{h-z'}{v^*} \right) - \rho_t i_0 \left(h, t - \frac{z'-h}{c} \right) \\ + (1 - \rho_t)(1 + \rho_t) \sum_{n=0}^{\infty} \rho_t^n \rho_g^{n+1} i_0 \left(h, t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \end{array} \right] u \left(t - \frac{z'-h}{v} \right) \quad (II-21)$$

Les équations (II-20) et (II.21) sont basées sur le concept du courant $i_0(t)$ qui représente le courant produit lors du premier contact entre le coup de foudre et la tour (au sommet de la tour).

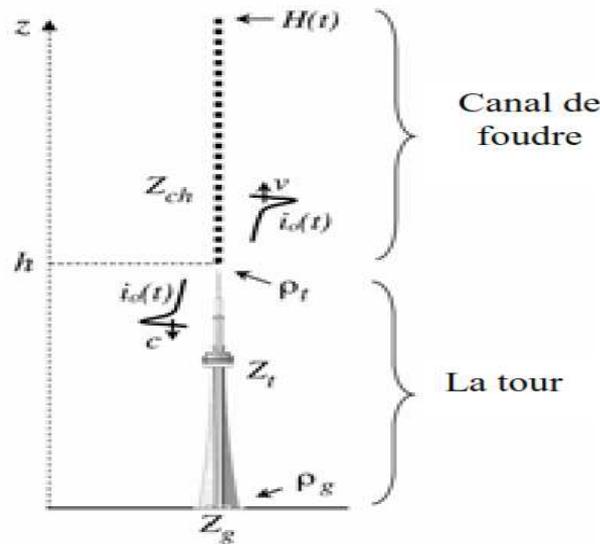


Figure II.3 Propagation du courant le long de la tour et le long du canal de foudre [10]

Les paramètres dans les équations (II.20) et (II.21) sont :

h : hauteur de la tour,

ρ_g et ρ_t : sont respectivement les coefficients de réflexion du courant au sommet et à la base de la tour,

c : vitesse de la lumière,

v : vitesse du front de l'arc en retour,

v^* : vitesse de propagation de l'onde du courant,

$P(z')$: facteur d'atténuation du courant,

$u(t)$: fonction unité,

n : nombre de réflexions aux deux extrémités de la tour.

Les expressions de $P(z')$ et v^* pour les modèles d'Ingénieur les plus utilisés sont données dans le tableau II.1.

II.5.2 Modèle de Baba et Rakov

En 2005, *Baba et Rakov* [19] ont proposé une autre approche pour présenter la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre et le long d'un objet élevé. Dans leur représentation, *Baba et Rakov* ont exprimé cette distribution en terme du courant de court-circuit $i_{sc}(t)$. Les équations développées par *Baba et Rakov* [19] s'écrivent comme suit :

Pour $0 \leq z' \leq h$

$$I(z', t) = \frac{1-\rho_t}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\begin{array}{l} \rho_g^n \rho_t^n I_{sc} \left(h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \\ + \rho_g^{n+1} \rho_t^n I_{sc} \left(h, t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \end{array} \right] \quad (\text{II-22})$$

Pour $z' \geq h$

$$I(z', t) = \frac{1-\rho_t}{2} \cdot \left[\begin{array}{l} I_{sc} \left(h, t - \frac{h-z'}{c} \right) \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \rho_g^n \rho_t^{n-1} (1 + \rho_t) I_{sc} \left(h, t - \frac{h+z'}{v} - \frac{2nh}{c} \right) \end{array} \right] \quad (\text{II-23})$$

II-6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons entamé la modélisation mathématique du courant de la foudre. En premier temps on est intéressé aux formules analytiques du courant de à la base du canal de foudre. Par la suite nous avons abordé les différentes classes de modèles décrivant la propagation de l'onde de courant d'arc en retour. Une attention particulière a été réservée aux modèles dits « d'Ingénieurs ». Dans cette dernière partie, les modifications effectuées sur les modèles d'ingénieurs pour la prise en compte du cas d'interaction d'un coup de foudre avec une tour élevée a été présenté. Le prochain chapitre sera consacré à la modélisation du rayonnement électromagnétique de la foudre.

Chapitre III

Modélisation du rayonnement électromagnétique de la foudre

III.1 Introduction

Pour avoir une bonne protection des systèmes électriques, électroniques et de télécommunication contre les perturbations engendrées par la foudre, la quantification du champ électromagnétique (EM) généré par la foudre est très importante. Cette quantification demande faire des mesures expérimentales qui ne sont pas au porté de tout le monde pour des raisons économiques. A cet effet, les chercheurs ont fait appel à la simulation qui est basé sur la modélisation mathématique du phénomène physique nommé le champ électromagnétique rayonné par la foudre. Au début, on présentera la formulation, la plus utilisée dans la littérature, du champ électromagnétique généré par un coup de foudre, au dessus et en dessous d'un sol et les approximations liées à la prise en compte de la conductivité finie d'un sol homogène et multicouches, en dernier ce chapitre s'achève par la présentation de la méthode des différences finies dans le domaine temporel FDTD qui sera utilisé pour le calcul du champ électromagnétique dans ce travail.

III.2 Géométrie du problème

Pour calculer le champ électromagnétique généré par un coup de foudre descendant, le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale de hauteur H placé au-dessus du sol (figure III-1). Le long du canal de la foudre se propage le courant de l'arc en retour de la foudre $i(z',t)$ avec une vitesse v . Ce courant est la source d'un champ électromagnétique rayonné à partir du canal de la foudre.

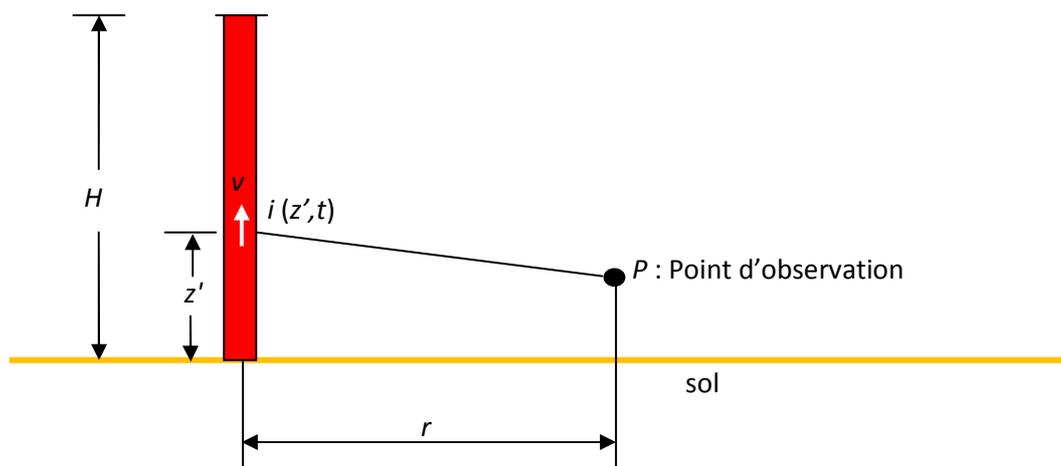


Fig. III-1: Géométrie du problème d'étude du champ électromagnétique généré par un coup de foudre [4].

III.3 Equation général décrivant le champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre

III.3.1 Equations du champ électromagnétique au dessus du sol

La première publication qui a entamé l'effet d'un plan de conductivité finie sur le rayonnement électromagnétique d'un dipôle oscillant est celle de *Sommerfeld* en 1909 [20]. En 1966 *Banos* [21] a présenté un travail sur le traitement complet du problème de rayonnement d'un dipôle, en déterminant la solution des équations.

Les équations du champ crée par un dipôle vertical placé à une hauteur z' dans le domaine fréquentiel sont présenté en coordonnées cylindriques par les expressions suivantes [3] :

$$dE_r(r, z, j\omega) = \frac{j\omega I(z') \mu_0 dz'}{4\pi k_2^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial r \partial z} (G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22}) \right] \quad (\text{III-1})$$

$$dE_z(r, z, j\omega) = \frac{j\omega I(z') \mu_0 dz'}{4\pi k_2^2} \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_2^2 \right) (G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22}) \right] \quad (\text{III-2})$$

$$dH_\theta(r, z, j\omega) = \frac{-I(z') dz'}{4\pi} \left[\frac{\partial}{\partial r} (G_{22} - G_{21} + k_1^2 V_{22}) \right] \quad (\text{III-3})$$

Avec

$$G_{21} = \frac{\exp(jk_2 R_r)}{R_r} = \int_0^\infty \frac{\exp(-\gamma_2(z'+z))}{\gamma_2} J_0(\lambda_r) \lambda d\lambda \quad (\text{III-4})$$

$$G_{22} = \frac{\exp(jk_2 R_d)}{R_d} = \int_0^\infty \frac{\exp(-\gamma_2|z'-z|)}{\gamma_2} J_0(\lambda_r) \lambda d\lambda \quad (\text{III-5})$$

$$V_{22} = \int_0^\infty \frac{2 \exp(-\gamma_2(z'+z))}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} J_0(\lambda_r) \lambda d\lambda \quad (\text{III-6})$$

Et

$$R_r = \sqrt{r^2 + (z' + z)^2} \quad ;$$

$$R_d = \sqrt{r^2 + (z' - z)^2}$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \quad ;$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$$

$$k_1 = \sqrt{\omega^2 \mu_g \varepsilon_g - j\omega \mu_0 \sigma_g} \quad ;$$

$$k_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_g}$$

Avec :

$\mu_g, \epsilon_g, \sigma_g$: désignant respectivement la perméabilité, la permittivité et la conductivité du sol.

J_0 : est la fonction de Bessel d'ordre 0.

$I(z')$: est la transformée de Fourier de la distribution du courant le long du canal $i(z',t)$.

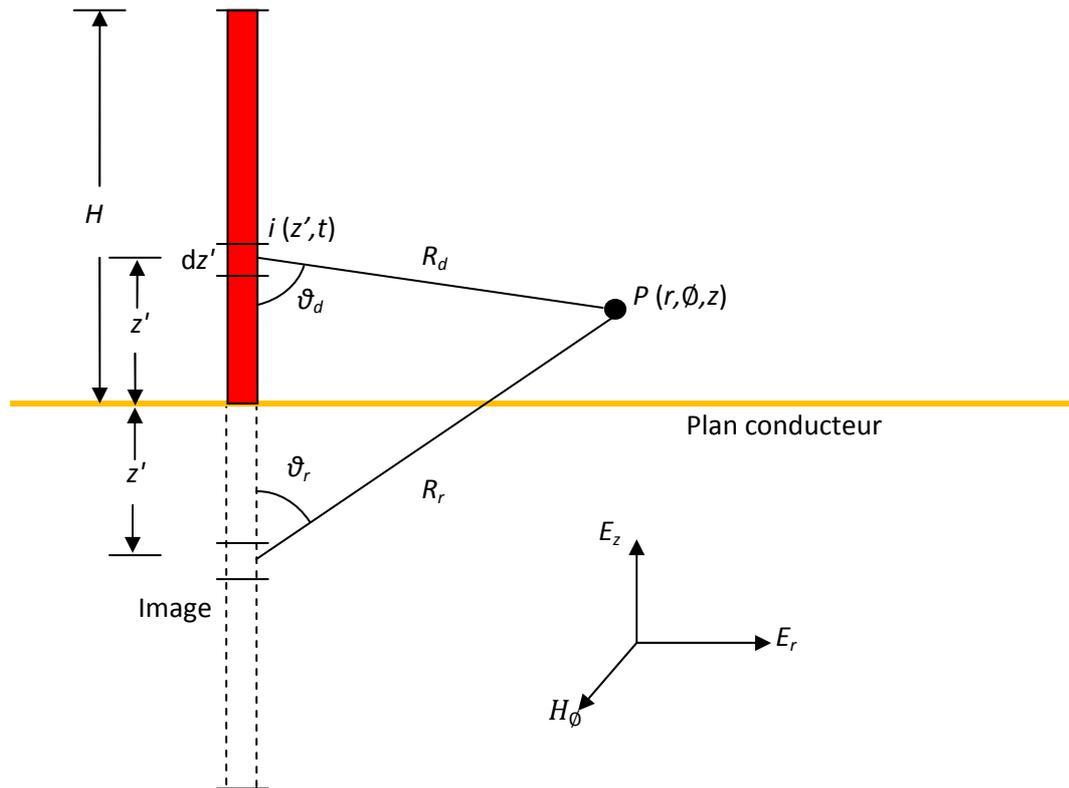


Fig. III-2: Grandeurs Géométriques intervenant dans les équations du champ électromagnétique [4].

III.3.1.1 Cas d'un sol parfaitement conducteur

Uman *et al.* [22] a exploité la théorie des images pour développée des formules déduites des équations de Maxwell afin de traiter le cas du champ électromagnétique au dessus d'un sol parfaitement conducteur (Fig.III.2). *Leteinturier* [23] a obtenu les mêmes équations, mais en faisant tendre la conductivité du sol vers l'infini dans les intégrales générales de *Sommerfeld*. Ces expressions s'écrivent dans le domaine temporel comme suit :

$$E_r(r, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{-H}^H \frac{3r(z-z')}{R^5} \int_0^t i(z', t - R/c) d\tau dz' + \int_{-H}^H \frac{3r(z-z')}{c R^4} i(z', t - R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r(z-z')}{c^2 R^3} \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (\text{III-7})$$

$$E_z(r, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\int_{-H}^H \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^5} \int_0^t i(z', t - R/c) d\tau dz' + \int_{-H}^H \frac{2(z-z')^2 - r^2}{c R^4} i(z', t - R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r^2}{c^2 R^3} \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (\text{III-8})$$

$$H_\phi(r, z, t) = \frac{1}{4\pi} \left[\int_{-H}^H \frac{r}{R^3} i(z', t - R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r}{c R^2} \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (\text{III-9})$$

Avec :

$$R_r = \sqrt{r^2 + (z + z')^2}$$

Où :

ϵ_0 : est la permittivité diélectrique du vide,

c : la vitesse de la lumière,

R : la distance du dipôle au point d'observation et

r : la distance horizontale entre le canal de foudre et le point d'observation P .

III.3.1.2 Prise en compte de la conductivité finie du sol

Pour des distances supérieures à plusieurs km, la propagation au-dessus d'un sol de conductivité finie n'est plus négligeable et a pour conséquence majeure une atténuation des composantes hautes fréquences, qui se traduit par une diminution de la valeur de pic et de raideur de front du champ [3].

En effet, la composante horizontale du champ électrique est la plus affectée par la conductivité finie du sol, pour cet effet plusieurs formules simplificatrices ont été développées dans la littérature pour palier à ce problème. Parmi ces formules l'approximation de «Cooray – Rubinstein » [24,25] est jugée la plus simple parmi toutes les autres approximations. Ainsi, dans cette dernière le champ électrique horizontal rayonné par la foudre s'exprime par l'expression suivante :

$$E_r(r, z, j\omega) = E_{rp}(r, z, j\omega) - H_{\phi p}(r, 0, j\omega) \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_g + \sigma_g/j\omega}} \quad (\text{III-10})$$

$E_{rp}(r, z, j\omega)$: est la transformées de Fourier du champ électrique horizontal à une hauteur z au dessus du sol.

$H_{\phi p}(r, 0, j\omega)$: est la transformées de Fourier du champ magnétique au niveau du sol.

Ces deux champs sont calculés en supposant un sol parfaitement conducteur.

III.3.2 Champ électromagnétique en dessous du sol

Dans les années soixante *Banos* [21] a développé les expressions générales du champ électrique en un point situé en dessous d'un sol avec conductivité finie généré par un dipôle en dessus du sol.

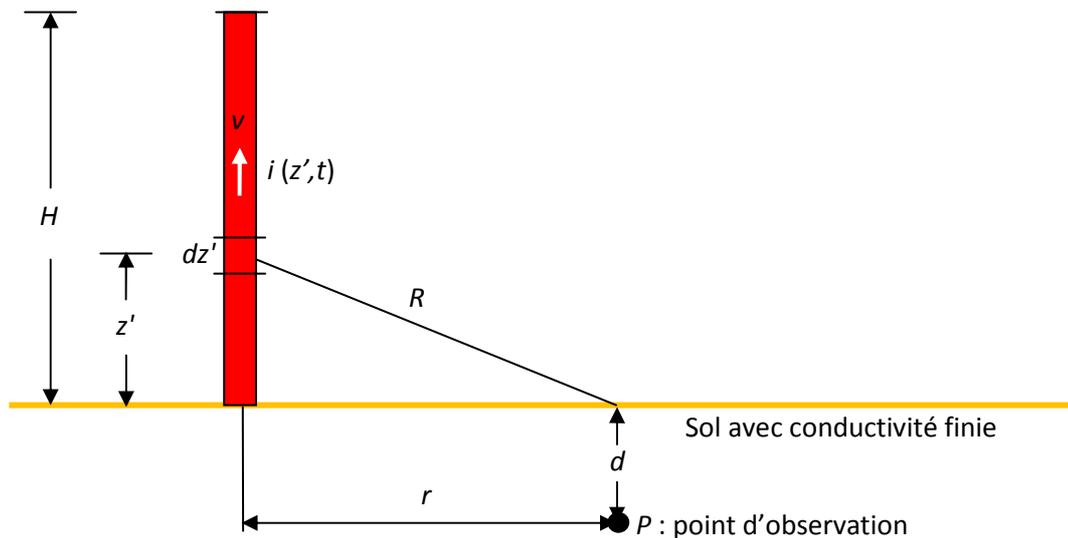


Fig. III-3 Géométrie du problème adoptée pour le calcul du champ électromagnétique en dessous du sol [4].

La géométrie du problème liée au calcul du champ électromagnétique au dessous du sol est illustrée par la figure (III-3).

Il est à noter que les expressions du champ développées par *Banos* [21] sont écrites dans le domaine fréquentiel et contiennent les intégrales de *Sommerfeld*.

III.3.2.1 Formules de *Cooray*

En 2001 *Cooray* [26] a proposé des expressions plus simples pour le calcul du champ au dessous du sol en fonction des composantes du champ électromagnétique, calculées au niveau du sol, ces dernières s'expriment mathématiquement de la manière suivante :

$$E_r(j\omega, r, d) = E_r(j\omega, r, 0)e^{-k_g d} \quad (\text{III-11})$$

$$E_z(j\omega, r, d) = E_z(j\omega, r, 0) \frac{\varepsilon_0 e^{-k_g d}}{\sqrt{\sigma_g + j\omega\varepsilon_g}} \quad (\text{III-12})$$

$$H_\phi(j\omega, r, d) = H_\phi(j\omega, r, 0)e^{-k_g d} \quad (\text{III-13})$$

Avec

$$k_g = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_g - \omega^2\mu_0\varepsilon_g}$$

On peut clairement remarquer que les équations (III-11) – (III-13) sont données dans le domaine fréquentiel nécessitant l'utilisation de la transformée de Fourier inverse (TFI) pour passer au domaine temporel.

Le calcul du champ électrique vertical et le champ magnétique azimutal, au niveau du sol, peut s'effectuer en utilisant l'hypothèse d'un sol parfaitement conducteur. Quant au champ électrique horizontal il peut se faire en utilisant une des méthodes adoptées pour le cas d'un sol avec conductivité finie tel que l'approximation du *Cooray-Rubenstein* [24,25].

III.3.2.2 Algorithme de *Delfino et al.*

En 2006 par *Delfino et al.* [27] ont développé un algorithme pour évaluer le champ électromagnétique au dessous du sol homogène caractérisé par une conductivité finie. Selon ces chercheurs les trois composantes du champ électromagnétique peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{cases} E_r = \frac{j}{2\pi\omega\epsilon_0} \int_0^\infty J_1(\lambda r) \exp(-\mu z') \exp(\mu_E z) \frac{\lambda^2 \mu_E}{n^2\mu + \mu_E} d\lambda \\ E_z = \frac{j}{2\pi\omega\epsilon_0} \int_0^\infty J_0(\lambda r) \exp(-\mu z') \exp(\mu_E z) \frac{\lambda^3}{n^2\mu + \mu_E} d\lambda \\ H_\phi = \frac{n^2}{2\pi} \int_0^\infty J_1(\lambda r) \exp(-\mu z') \exp(\mu_E z) \frac{\lambda^2}{n^2\mu + \mu_E} d\lambda \end{cases} \quad (\text{III-13})$$

Avec

$$\mu^2 = \lambda^2 - k^2 ;$$

$$\mu_E^2 = \lambda^2 - k_E^2 ;$$

k : nombre d'onde dans l'air,

k_E : nombre d'onde dans le sol,

n : indice de réfraction complexe,

J_0 : fonction de Bessel d'ordre zéro,

J_1 : fonction de Bessel du premier ordre.

$$k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

$$k_E^2 = \omega^2 \epsilon \mu_0 + j\omega \mu_0 \sigma$$

$$n^2 = k_E^2 / k^2$$

III.3.3 Cas d'un sol stratifié (multicouches)

Wait [28,29,30] est parmi les premiers chercheurs qui ont évalué la propagation du champ électromagnétique sur un sol stratifié en développant une théorie qui traite ce problème.

Cooray et Cummins [31] ont adopté la théorie de *Wait* pour étudier le champ électromagnétique rayonné par la foudre sur un sol stratifié.

Récemment, *Delfino et al.* [32] a présenté un algorithme efficace pour l'analyse du champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre sur un sol stratifié. *Shoory et al.* [33] ont

basé sur l'algorithme de *Delfino et al.* pour développer une approche simplifiée dont le but est d'analyser l'effet d'un sol stratifié horizontalement sur le champ électromagnétique rayonné.

Mimouni et al. [34] ont exploité la méthode des différences finies, dans le domaine temporel en deux dimensions 2D-FDTD [35] exprimée en coordonnées cylindriques et associée au modèle de courant d'arc en retour de type MTLE, pour calculer les composantes du champ électromagnétique au dessus et en dessous d'un sol stratifié horizontalement à une distance proche du canal de foudre.

L'effet de la stratification du sol sur le calcul du champ électromagnétique rayonné par la foudre a été aussi examiné par *Barbosa et al.* [36].

Très récemment *Packnahard et al.* [37] le logiciel COMSOL basé sur la méthode des éléments finis (FM: «Finite Elements») est utilisé pour étudier l'effet de la stratification du sol sur le champ électromagnétique et sur les courants induits sur les câbles sous-terrains. Ce logiciel a été exploité par *Sheshyekani et al.* [38] pour étudier le champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre et les surtensions induites dues au couplage de ce champ avec les lignes aériennes en présence d'un sol stratifié horizontalement. Ainsi, la méthode des différences finie dans le domaine temporel en trois dimensions 3D-FDTD [35] basée sur la formulation de *Taflove* [39] et associée avec les modèles électromagnétiques du courant de l'arc en retour a été utilisée par *Arzag et al.* [40,41] pour étudier l'influence de la présence d'un sol stratifié horizontalement sur les composantes du champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre nuage-sol.

La figure III.4 montre la géométrie du problème adoptée pour l'étude de l'effet de la stratification du sol sur le champ électromagnétique généré par coup de foudre.

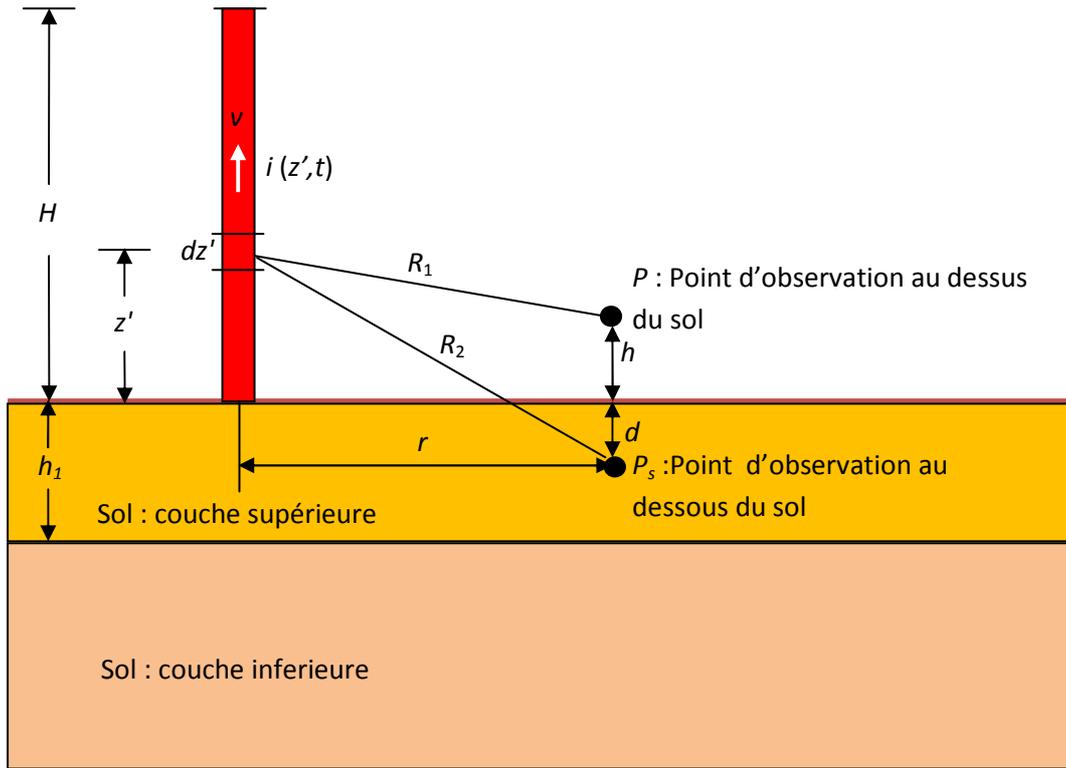


Fig. III-4: Géométrie du problème lié à l'évaluation du champ électromagnétique rayonné par la foudre en présence d'un sol stratifié [4].

III.3.3.1 Algorithme de *Delfino et al.*

Cet algorithme a été développé en 2011 par *Delfino et al.* [32] pour analyser les composantes du champ électromagnétique. Selon ces auteurs, les trois expressions du champ peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} E_{zL} = E_{zil} - \frac{jI(0, \omega)}{2\pi\omega\epsilon_0} \int_0^{+\infty} \left(\frac{1 - R(\lambda)}{2}\right) \cdot J_0(\lambda r) \cdot \exp(-\mu z) \cdot \frac{\lambda^3}{\mu} Q(\lambda) d\lambda \\ E_{rL} = E_{ril} - \frac{jI(0, \omega)}{2\pi\omega\epsilon_0} \int_0^{+\infty} \lambda^2 J_1(\lambda r) \cdot \left(\frac{1 - R(\lambda)}{2}\right) \cdot \exp(-\mu z) \cdot Q(\lambda) d\lambda \\ H_{\phi L} = H_{\phi il} - \frac{jI(0, \omega)}{2\pi} \int_0^{+\infty} \left(\frac{1 - R(\lambda)}{2}\right) \cdot J_1(\lambda r) \cdot \exp(-\mu z) \cdot \frac{\lambda^2}{\mu} Q(\lambda) d\lambda \end{cases} \quad (\text{III-14})$$

Avec :

E_{zL} , E_{rL} , $H_{\phi L}$: désignant respectivement le champ électrique vertical, le champ électrique horizontal et le champ magnétique azimutal calculés pour un sol idéal (sol parfaitement conducteur).

$$R(\lambda) = \frac{w_0(\lambda) - z_1(\lambda)}{w_0(\lambda) + z_1(\lambda)}$$

$$w_0(\lambda) = \frac{\mu}{k^2}$$

$$\mu^2 = \lambda^2 - k^2$$

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$$

$$z_1(\lambda) = w_0(\lambda) \frac{w_2(\lambda)(e^{\alpha_1} + e^{-\alpha_1}) + w_1(\lambda)(e^{\alpha_1} - e^{-\alpha_1})}{w_1(\lambda)(e^{\alpha_1} + e^{-\alpha_1}) + w_2(\lambda)(e^{\alpha_1} - e^{-\alpha_1})}$$

$$\alpha_1 = \mu_{Ei} h_1; \quad \mu_{Ei}^2 = \lambda^2 - k_{Ei}^2; \quad k_{Ei}^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_{ri} \mu_0 + j\omega \mu_0 \sigma_i$$

$$w_i(\lambda) = \frac{\mu_{Ei}}{k_{Ei}^2}$$

$i = 1$: désigne la première couche du sol.

$i = 2$: désigne la deuxième couche du sol

III.3.3.2 Approche simplifiée de Shoory *et al.*

Les expressions développées par Shoory [42] pour le but de calculer le champ électrique vertical et le champ magnétique azimutal rayonné par un canal de foudre, au dessus de deux couches d'un sol stratifié horizontalement, en un point P peuvent être écrites comme suit:

$$\begin{cases} E_{zL}(r, z) = E_{ziL}(r, z) F_{str} \\ H_{\phi L}(r, z) = H_{\phi iL}(r, z) F_{str} \end{cases} \quad (\text{III-15})$$

Où :

F_{str} est la fonction d'atténuation du sol stratifié dérivée par Wait [28] s'exprimant comme suit :

$$F_{str}(p_{str}) = 1 - j\sqrt{\pi p_{str}} e^{-p_{str}} \operatorname{erfc}(j\sqrt{p_{str}}) \quad (\text{III-16})$$

p_{str} : est appelée distance numérique et le terme erfc indique le complément de la fonction d'erreur de l'argument complexe.

Avec :

$$p_{rst} = -0.5 \gamma_0 r \Delta_{str}^2 : \text{Distance numérique.}$$

$\gamma_0 = j\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$: Nombre d'ondes dans l'espace.

$\Delta_{str} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} Z_{str}$: est l'impédance de surface normalisée des deux couches du sol.

$$Z_{str} = K_1 \frac{K_2 + K_1 \tanh(u_1 h_1)}{K_1 + K_2 \tanh(u_1 h_1)}$$

$$K_1 = \frac{u_1}{\sigma_1 + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}$$

$$K_2 = \frac{u_2}{\sigma_2 + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$$

$$u_1 = \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_0^2}; \quad u_2 = \sqrt{\gamma_2^2 - \gamma_0^2}$$

$$\gamma_1 = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_1 + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1})};$$

$$\gamma_2 = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r2})}$$

Le champ électrique horizontal est donné par la formule suivante [33] :

$$E_{rL}(r, z) = E_{riL}(r, z) - H_{\phi L}(r, 0)Z_{str} \quad (\text{III-17})$$

Shoory *et al* ont aussi donné les expressions mathématiques des trois composantes du champ électromagnétique rayonné par un canal de foudre, dans le domaine temporel, en utilisant l'intégrale de convolution :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_{zL}(r, z, t) = \int_0^t e_{ziL}(r, z, \tau) f_{str}(t - \tau) d\tau \\ h_{\phi L}(r, z, t) = \int_0^t h_{\phi iL}(r, z, \tau) f_{str}(t - \tau) d\tau \\ e_{rL}(r, z, t) = e_{riL}(r, z, t) - h_{\phi L}(r, 0, t) Z_{str}(t - \tau) d\tau \end{array} \right. \quad (\text{III-18})$$

III.4 Méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD)

La méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD : Finite Difference Time Domain) a été développée en 1966 par *Yee et al.* [35]. Cette méthode est basée sur l'application de l'approximation des différences centrées aux équations de Maxwell, formées de la loi de Faraday et la loi d'Ampère dans le domaine temporel. A l'aide de cette dernière la résolution des équations du champ électrique et du champ magnétique peut être effectuée à chaque pas temporel et en chaque point de l'espace du volume étudié en utilisant la méthode dite « Leapfrog ».

III.4.1 Equations de Maxwell en trois dimensions

D'après *Yee* [35] les équations de Maxwell dans un milieu isotrope peuvent être écrites sous la forme:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III-19})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \quad (\text{III-20})$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\text{III-21})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{III-22})$$

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{III-23})$$

Avec:

E : le champ électrique ;

H : le champ magnétique ;

D : la densité du champ électrique ;

B : la densité du flux magnétique ;

J : la densité de courant ;

μ : perméabilité du milieu ;

ε : permittivité du milieu.

Dans un système des coordonnées cartésiennes en trois dimensions les équations (III-19) et (III-20) s'expriment sous la forme suivante:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (\text{III-24})$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (\text{III-25})$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (\text{III-26})$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial y} - \sigma E_x \right) \quad (\text{III-27})$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} - \sigma E_y \right) \quad (\text{III-28})$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} - \sigma E_z \right) \quad (\text{III-29})$$

III.4.2 FDTD-3D en coordonnées cartésiennes

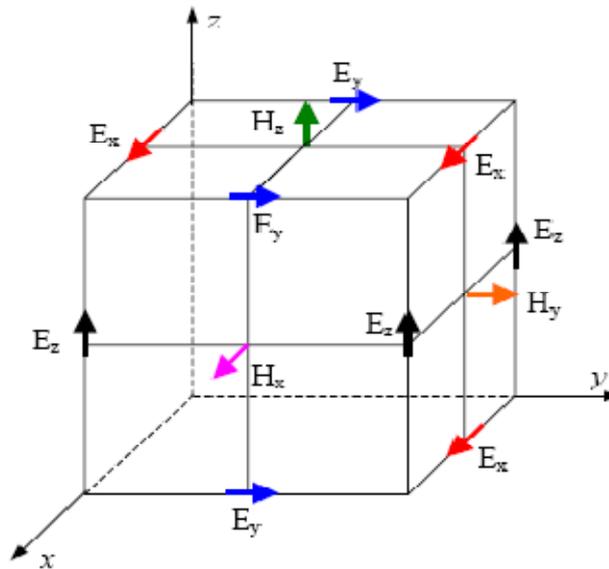


Fig. III-5: Emplacement des composantes de champ électrique et magnétique sur ou dans la cellule de discrétisation [4,45]

La méthode FDTD en trois dimensions nécessite la discrétisation de l'espace de travail en cellules cubiques ou sous la forme de parallélépipèdes rectangulaires dont les longueurs des cotés sont Δx , Δy , Δz . Comme il est indiqué sur la figure III.5, les composantes du champ

électrique sont placées aux milieux des cotés de la cellule. Les composantes du champ magnétique sont placées aux centres des faces de la cellule cubique ou parallélépipédique et sont verticales à ces faces [4,45].

Les composantes du champ électrique sont calculées aux pas temporels $n\Delta t$, tel que n est un nombre entier et Δt est le pas de discrétisation temporelle, tandis que les composantes du champ magnétique sont calculées au demi du pas temporel $(n+1/2)\Delta t$ [4,45].

La loi d'Ampère peut être donnée par la formule suivante:

$$\nabla \times H^{n-\frac{1}{2}} = \varepsilon \frac{\partial E^{n-\frac{1}{2}}}{\partial t} + J^{n-\frac{1}{2}} = \varepsilon \frac{\partial E^{n-\frac{1}{2}}}{\partial t} + \sigma E^{n-\frac{1}{2}} \quad (\text{III-30})$$

L'application de l'approximation des différences finies centrées rend l'équation (III-30) sous la forme suivante :

$$\varepsilon \frac{\partial E^{n-\frac{1}{2}}}{\partial t} + \sigma E^{n-\frac{1}{2}} \approx \varepsilon \frac{E^n - E^{n-1}}{\Delta t} + \sigma \frac{E^n - E^{n-1}}{2} \approx \nabla \times H^{n-\frac{1}{2}} \quad (\text{III-31})$$

Si l'équation (III-31) est réarrangée, l'équation du champ électrique au pas temporel n , E^n écrite en fonction de sa valeur précédente E^{n-1} et en fonction du produit vectoriel du champ magnétique avec l'opérateur ∇ , devenue:

$$E^n = \left(\frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) E^{n-1} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) \nabla \times H^{n-\frac{1}{2}} \quad (\text{III-32})$$

A partir de l'équation (III-32), on peut exprimer la formule du champ électrique E_x situé au point $(i+1/2, j, k)$ (voir la figure III-6) par la formule suivante [4,45]:

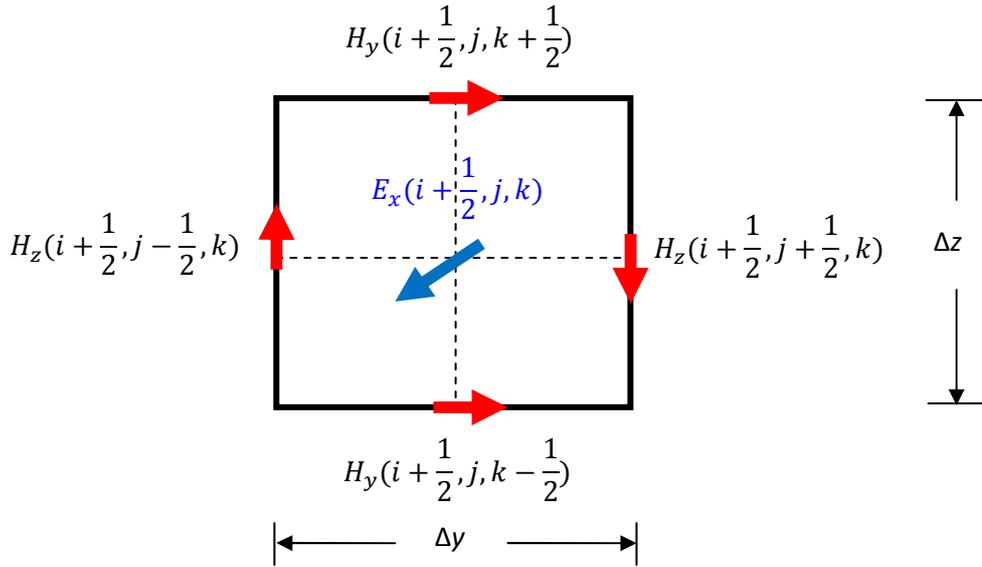


Fig. III-6: Position du champ électrique E_x et de la boucle des champs magnétiques [4,45]

$$E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) = \frac{1 - \frac{\sigma \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right)}}{1 + \frac{\sigma \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right)}} E_x^{n-1} \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right)}}{1 + \frac{\sigma \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right)}} \cdot \left[\frac{H_z^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_z^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - H_y^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2} \right)}{\Delta z} \right]$$

(III-33)

Les équations des composantes E_y et E_z du champ électrique peuvent être déduites de la même manière et s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned}
 E_y^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) &= \frac{1 - \frac{\sigma \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right)}}{1 + \frac{\sigma \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right)}} E_y^{n-1} \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \\
 &\quad + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right)}}{1 + \frac{\sigma \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right)}} \cdot \\
 &\quad \left[\frac{H_x^{n-1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - H_x^{n-1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2} \right)}{\Delta z} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{H_z^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - H_z^{n-1/2} \left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta x} \right]
 \end{aligned}$$

(III-34)

$$\begin{aligned}
 E_z^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) &= \frac{1 - \frac{\sigma \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right)}}{1 + \frac{\sigma \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right)}} E_z^{n-1} \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \\
 &\quad + \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right)}}{1 + \frac{\sigma \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right) \Delta t}{2\varepsilon \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right)}} \cdot \\
 &\quad \left[\frac{H_y^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - H_y^{n-1/2} \left(i - \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\Delta x} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{H_x^{n-1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - H_x^{n-1/2} \left(i, j - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right)}{\Delta y} \right]
 \end{aligned}$$

(III-35)

La loi de Faraday est donnée par la relation :

$$\nabla \times E^n = -\mu \frac{\partial H^n}{\partial t} \tag{III-36}$$

L'application de l'approximation des différences finies centrés à l'équation (III-36) permet d'aboutir à l'expression suivante:

$$\mu \frac{\partial H^n}{\partial t} \approx \mu \frac{H^{n+\frac{1}{2}} - H^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \approx -\nabla \times E^n \tag{III-37}$$

Si l'équation (III-37) est réarrangée, l'expression du champ magnétique calculé au pas temporel $n+1/2$ est obtenue en fonction de la valeur précédente du champ magnétique et des valeurs du champ électrique qui forme une boucle autour de la composante du champ magnétique considéré (voir la figure III-7), cette expression est donnée par [4,45] :

$$H^{n+\frac{1}{2}} = H^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu} \nabla \times E^n \tag{III-38}$$

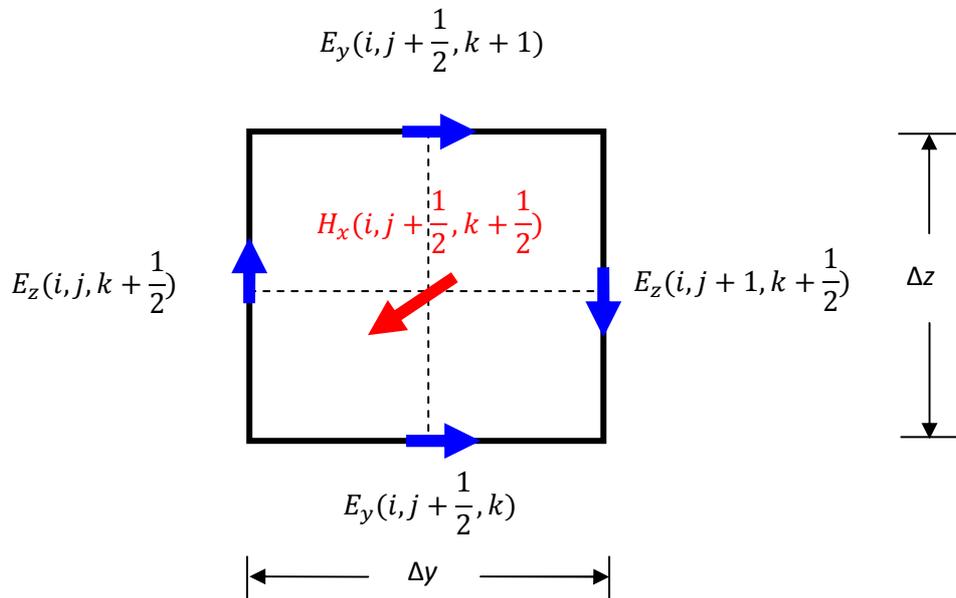


Fig. III-7: Position du champ magnétique H_x et de la boucle des champs électriques [4,45].

A partir de l'équation (III-38), la composante $H_x^{n+\frac{1}{2}}$ du champ magnétique positionnée au point $(i, j+1/2, k+1/2)$ s'écrit comme suit [4,45] :

$$H_x^{n+1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) = H_x^{n-1/2} \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta t}{\mu \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right)} \cdot \left[\frac{E_z^n \left(i, j + 1, k + \frac{1}{2} \right) - E_z^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\Delta y} - \frac{E_y^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1 \right) - E_y^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta z} \right] \quad (\text{III-39})$$

Les équations des composantes $H_y^{n+1/2}$ et $H_z^{n+1/2}$ peuvent être obtenues de la même manière :

$$H_y^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) = H_y^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta t}{\mu \left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2} \right)} \cdot \left[\frac{E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k + 1 \right) - E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right)}{\Delta z} - \frac{E_z^n \left(i + 1, j, k + \frac{1}{2} \right) - E_z^n \left(i, j, k + \frac{1}{2} \right)}{\Delta x} \right] \quad (\text{III-40})$$

$$H_z^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) = H_z^{n-1/2} \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right) - \frac{\Delta t}{\mu \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k \right)} \cdot \left[\frac{E_y^n \left(i + 1, j + \frac{1}{2}, k \right) - E_y^n \left(i, j + \frac{1}{2}, k \right)}{\Delta x} - \frac{E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j + 1, k \right) - E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, j, k \right)}{\Delta y} \right] \quad (\text{III-41})$$

Le calcul des composantes $E_x^n, E_y^n, E_z^n, H_x^{n+1/2}, H_y^{n+1/2}$ et $H_z^{n+1/2}$ permet d'obtenir les champs électriques et magnétiques en tous points du volume de travail et à tout instant appartenant à la durée de simulation fixée.

III.4.3 Critère de stabilité de la méthode FDTD

La stabilité de calcul à laide de la méthode des différences finies, dans le domaine temporel (FDTD), peut être obtenue en satisfaisant la condition de COURANT (*Courant et al.* [46]) qui donne la relation entre les pas de discrétisation spatiale: $\Delta x, \Delta y$ et Δz et le pas de calcul temporel Δt . Cette condition est donnée par la formule suivante :

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad (\text{III-42})$$

c : étant la vitesse de la lumière.

Si les pas de discrétisation spatiale sont égaux : $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta s$ l'inégalité (III-42) se réduit à :

$$\frac{\Delta t}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \leq \frac{\Delta s}{\sqrt{3}} \quad (\text{III-43})$$

Noda et Yokoyama [47] ont proposé une autre condition de stabilité dont la relation mathématique est la suivante :

$$\Delta t = \Delta s \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{3}} (1 - \alpha) \quad (\text{III-44})$$

Avec :

α : une petite valeur positive donnée par l'utilisateur afin d'assurer la stabilité de calcul.

III.4.4 Conditions aux limites

Pour simuler la propagation du champ électromagnétique dans un volume donné en utilisant la méthode FDTD, il est indispensable de désigner les bornes de ce volume. Cette limitation est réalisée d'une manière à simuler soit la propagation continue (pour éviter la réflexion au niveau des bornes), soit la présence d'un obstacle. Dans la littérature différentes conditions aux limites sont proposées pour atteindre ce but. Parmi ces conditions on peut citer les conditions aux limites parfaitement conductrices et les conditions aux limites absorbantes.

III.4.4.1 Conditions aux limites parfaitement conductrices (PEC et PMC)

Ces conditions, ont été utilisées dans le cas où il y a des réflexions au niveau des limites de l'espace de travail, dans lesquelles on suppose que les limites du domaine de calcul sont parfaitement conductrices et possèdent une épaisseur nulle [4]. Ces conditions aux limites sont appelées aussi conditions «PEC» (Perfect Electric conductor), «PMC» ou (Perfect magnetic conductor). L'hypothèse liée à ces conditions est réalisée en forçant le champ électrique à être nul au niveau des surfaces des limites pour les conditions PEC, et de la même manière pour le champ magnétique et les conditions PMC.

III.4.4.2 Conditions aux limites absorbantes

Ces conditions sont très efficaces pour éviter ou minimiser la réflexion au niveau des bornes de l'espace de travail et aussi afin de simuler la propagation continue du champ électromagnétique (dans un domaine non borné). Il y a deux types de conditions aux limites absorbantes [4] :

- ✓ Le premier type correspond aux conditions aux limites absorbantes sur une base différentielle ("Differential-Based Absorbing Boundary Conditions") tel que les conditions de *Liao's* [48] (1984),
- ✓ Le second type est celui des conditions aux limites dites à base matérielle ("Material-Based Absorbing Boundary Conditions") tel que les conditions PML ("Perfectly-Matched Layers"), développées par *Brenger* [49] en 1994 et les conditions UPML ("Uniaxial Perfectly-Matched Layers") formulées par *Taflove* [39] en 2000.

Dans notre travail nous ne présentons que les conditions UMPL qui vont être utilisées dans le prochain chapitre pour calculer le champ électromagnétique.

Conditions aux limites UPML ("Uniaxial Perfectly Matched Layer") de Taflove

Taflove dans son travail de la référence [39] a présenté des modifications sur les conditions aux limites PML développées par *Brenger* [39,49]. Ces modifications consistent principalement en l'intervention des densités de champs électrique et magnétique afin d'obtenir douze équations au total au lieu de dix huit équations dans le cas des conditions PML. En effet, pour les conditions aux limites PML de *Brenger* nous avons douze équations pour la région PML plus six équations pour l'espace de travail ce qui donne un total de dix-huit équations. Ce type de conditions permet donc de réduire le nombre d'équations à résoudre car elles évitent la division par deux des composantes du champ électromagnétique dans la région PML, comme leur nom l'indique ("Uniaxial") à cause du fait que ces composantes s'orientent suivant un seul axe et non pas selon deux axes comme c'est le cas pour la formulation proposée par *Brenger*. Cette diminution du nombre d'équations permet d'avoir un gain en temps calcul et d'espace mémoire du calculateur utilisés considérables [4].

Les équations relatives aux composantes principales du champ électrique et du champ magnétique ainsi que leurs densités sont exprimées mathématiquement par les formules suivantes [4,39] :

$$D_x^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) = \left(\frac{2\varepsilon k_y - \sigma_y \Delta t}{2\varepsilon k_y + \sigma_y \Delta t}\right) \cdot D_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) + \left(\frac{2\varepsilon \Delta t}{2\varepsilon k_y + \sigma_y \Delta t}\right).$$

$$\left[\frac{H_z^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k\right) - H_z^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}, k\right)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j, k - \frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \right] \quad (\text{III-45})$$

$$E_x^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) = \left(\frac{2\varepsilon k_z - \sigma_z \Delta t}{2\varepsilon k_z + \sigma_z \Delta t}\right) \cdot E_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) + \left[\frac{1}{(2\varepsilon k_z + \sigma_z \Delta t)\varepsilon}\right].$$

$$\left[(2\varepsilon k_x + \sigma_x \Delta t) \cdot D_x^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) - (2\varepsilon k_x - \sigma_x \Delta t) \cdot D_x^n\left(i + \frac{1}{2}, j, k\right) \right] \quad (\text{III-46})$$

$$B_x^{n+3/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{2\varepsilon k_y - \sigma_y \Delta t}{2\varepsilon k_y + \sigma_y \Delta t}\right) \cdot B_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2\varepsilon \Delta t}{2\varepsilon k_y + \sigma_y \Delta t}\right).$$

$$\left[\frac{E_z^{n+1}\left(i, j + 1, k + \frac{1}{2}\right) - E_z^{n+1}\left(i, j, k + \frac{1}{2}\right)}{\Delta y} - \frac{E_y^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + 1\right) - E_y^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z} \right] \quad (\text{III-47})$$

$$H_x^{n+3/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{2\varepsilon k_z - \sigma_z \Delta t}{2\varepsilon k_z + \sigma_z \Delta t}\right) \cdot H_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) + \left[\frac{1}{(2\varepsilon k_z + \sigma_z \Delta t)\mu}\right].$$

$$\left[(2\varepsilon k_x + \sigma_x \Delta t) \cdot B_x^{n+3/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) - (2\varepsilon k_x - \sigma_x \Delta t) \cdot B_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}\right) \right] \quad (\text{III-48})$$

Les composantes principales D_y , D_z , E_y , E_z , B_y , B_z , H_y , H_z peuvent être obtenues de la même manière que les composantes décrites travers les équations (III-45 à 48).

Dans le but de simplification de la mise en œuvre numérique de ces équations les coefficients suivants sont définis [4,39] :

$$C_1(j) = \frac{2\varepsilon k_y - \sigma_y \Delta t}{2\varepsilon k_y + \sigma_y \Delta t} \quad (\text{III-49})$$

$$C_2(j) = \frac{2\varepsilon \Delta t}{2\varepsilon k_y + \sigma_y \Delta t} \quad (\text{III-50})$$

$$C_3(k) = \frac{2\varepsilon k_z - \sigma_z \Delta t}{2\varepsilon k_z + \sigma_z \Delta t} \quad (\text{III-51})$$

$$C_4(k) = \frac{1}{(2\varepsilon k_z + \sigma_z \Delta t)\varepsilon} \quad (\text{III-52})$$

$$C_5(i) = 2\varepsilon k_x + \sigma_x \Delta t \quad (\text{III-53})$$

$$C_6(i) = 2\varepsilon k_x - \sigma_x \Delta t \quad (\text{III-54})$$

Avec :

$$\sigma_x(x) = \left(\frac{x}{d}\right)^m \cdot \sigma_{max} \quad (\text{III-55})$$

$$k_x(x) = 1 + (k_{x,max} - 1) \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^m \quad (\text{III-56})$$

$$\sigma_{max} = -\frac{(m+1)\ln(R(0))}{2\eta d} \quad (\text{III-57})$$

$$R(\theta) = e^{-2\eta \cos\theta \int_0^d \sigma(x) dx} \quad (\text{Erreur de réflexion}) \quad (\text{III-58})$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (\text{III-59})$$

d : épaisseur de la région PML.

x : un entier positif correspondant au numéro de la couche UPML ($0 < x < d$).

L'utilisation des coefficients présentés par les équations (III-49 à 54) permet un traitement unifié du champ électromagnétique dans tout le volume borné par l'espace de travail et celui de la région PML ensemble. Les valeurs des paramètres σ et k dans l'espace de travail dépendent de la nature du milieu considéré. Par exemple dans le vide (air) ils valent $\sigma = 0$ et $k = 1$. Cependant, dans la région PML σ et k sont considérés comme des polynômes dont les expressions mathématiques sont données par les équations (III-55) et (III-56). De la même manière on obtient les coefficients des autres composantes de champs électrique et magnétique ainsi que ceux des densités associées ($D_y, D_z, E_y, E_z, B_y, B_z, H_y, H_z$) [4,39].

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté sous la forme d'un état de l'art sur les différentes méthodes utilisées pour le calcul, l'analyse et l'évaluation du champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre descendant (nuage-sol). Nous avons aussi présenté une vue sur les études qui traitent les trois configurations géométriques du sol à savoir : un sol parfaitement conducteur, un sol homogène avec une conductivité finie et enfin un sol stratifié. Une attention particulière a été réservée à la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) en trois dimensions. Dans ce même contexte nous avons donné une idée sur les conditions aux limites liées au calcul du champ électromagnétique en utilisant la méthode FDTD. Ainsi, les conditions aux limites UPML (conditions utilisé pour la simulation dans ce travail) ont été présentées dans ce même chapitre.

Le prochain chapitre est consacré à la mise en œuvre numérique de la méthode de la méthode 3D-FDTD associée au modèle de *Baba et Rakov* pour analyser le champ électromagnétique généré par l'interaction d'un coup de foudre descendant avec une tour élevée.

Chapitre IV

Calcul du champ électromagnétique rayonné par l'interaction d'un coup de foudre avec une tour élevée

IV.1 Introduction

L'interaction entre les coups de foudre descendants avec les objets élevés tel que les tours a attiré l'attention des chercheurs spécialistes du domaine de la compatibilité électromagnétique. Ce phénomène d'interaction est différent de celui lié au cas d'un coup de foudre qui tombe directement sur le sol. La différence réside principalement dans la présence de la tour, à cause des réflexions du courant de l'arc en retour entre le sommet et la base de la tour et aussi dans la vitesse de propagation de ce courant qui est identique à la vitesse de la lumière au niveau de la tour et inférieur à la vitesse de lumière au niveau du canal de la foudre.

Dans ce chapitre, on présentera une analyse de la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour lors de son propagation le long du canal de la foudre ainsi que le long de la tour. En suite, les résultats du calcul des composantes du champ électromagnétique seront présentés et analysés.

IV.2 Méthodologie de calcul

IV.2.1 Géométrie adopté pour la simulation

La figure (IV-1) montre la géométrie adoptée pour étudier la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre et le long de la tour ainsi que les composantes du champ électromagnétique généré par l'interaction d'un coup de foudre descendant avec une tour élevée. L'espace de travail est divisé en deux principales zones. La première zone est l'air et la seconde et celle du sol. La couche du sol est caractérisée par une profondeur de 100 m est une conductivité de valeur infinie c-à-d que le sol est supposé parfaitement conducteur.

Sur la surface du sol est placée une tour dont l'altitude est de 100 m, et située à des distances de 70 m et 25 par rapport aux cotés latéraux de l'espace de travail. Le canal vertical de la foudre à une altitude de 1050 m. Les points d'observation concernés par le calcul des composantes du champ magnétique sont situées à des distances horizontales de 170 m, 320 m, 570 m, et 100 m par rapport à la tour, et à une hauteur de 10 m au dessus de la surface du sol.

Ce système est placé dans un espace de travail ayant un volume de 1090 m × 200 m × 1250 m. Cette volume est subdivisé à des cellules cubique ayant la longueur du coté égale à 5 m, ce qui donne 3270000 cellules. Les conditions aux limites UPML sont appliquées aux six plans

entourant le volume de travail pour éviter la réflexion indésirables aux niveaux de ces plans. Le pas de calcul temporel est de 2.5 ns, et la durée adoptée pour évaluer le champ ainsi que le courant est 10 μs.

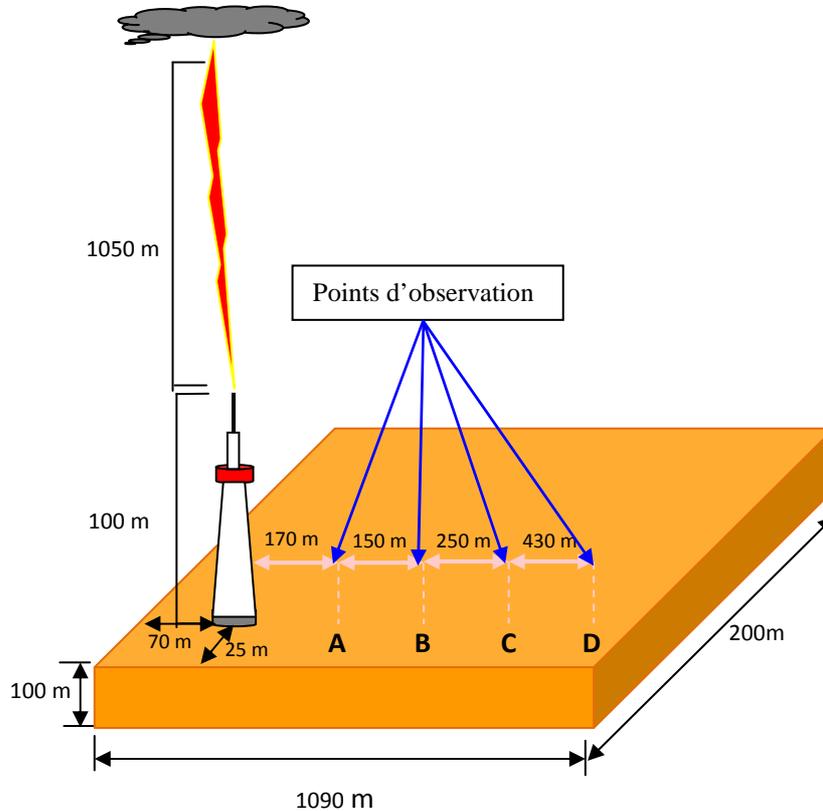


Fig. VI.1 Géométrie du problème

IV.2.2 Distribution spatiotemporelle du courant

La distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour de la foudre le long du canal de la foudre et le long de la tour est évaluée en utilisant le modèle de Baba et Rakov [19] qui est basé sur le modèle de la ligne de transmission TL, et dont les équations mathématiques suivantes :

Pour $0 \leq z' \leq h$

$$I(z', t) = \frac{1-\rho_t}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\begin{array}{l} \rho_g^n \rho_t^n I_{sc} \left(h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \\ + \rho_g^{n+1} \rho_t^n I_{sc} \left(h, t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \end{array} \right] \quad (IV-1)$$

Chapitre IV Calcul du champ électromagnétique rayonné par l'interaction d'un coup de foudre avec une tour élevée

Pour $z' \geq h$

$$I(z', t) = \frac{1-\rho_t}{2} \cdot \left[I_{sc} \left(h, t - \frac{h-z'}{c} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \rho_g^n \rho_t^{n-1} (1 + \rho_t) I_{sc} \left(h, t - \frac{h+z'}{v} - \frac{2nh}{c} \right) \right] \quad (IV-2)$$

Avec :

n : nombre de réflexions entre le sommet et la base de tour,

c : vitesse de la lumière (3×10^8 m/s),

v : la vitesse de propagation du courant le long du canal de la foudre,

I_{sc} : courant de court-circuit (courant produit au sommet de la tour lors de son interaction avec le coup de foudre),

$$\rho_g = 1 \quad \text{et} \quad \rho_t = -0.5 \quad [50]$$

Note : les autres paramètres sont illustrés dans la section II.5.1 du chapitre 2.

Le courant au point de contact entre le coup de foudre et la tour sera représenté en utilisant la fonction d'Heidler pour un arc en retour subséquent

$$i(0, t) = \frac{i_{01}}{\eta_1} \frac{(t/\tau_{11})^{n_1}}{1+(t/\tau_{11})^{n_1}} \exp\left(\frac{-t}{\tau_{12}}\right) + \frac{i_{02}}{\eta_2} \frac{(t/\tau_{21})^{n_2}}{1+(t/\tau_{21})^{n_2}} \exp\left(\frac{-t}{\tau_{22}}\right) \quad (IV-3)$$

Les différents paramètres présentés sur l'équation (IV-3) sont réservés au niveau du tableau (IV-1)

i_{01} (kA)	τ_{11} (μ s)	τ_{12} (μ s)	i_{02} (kA)	τ_{21} (μ s)	τ_{22} (μ s)	n 1	n 1
10.5	0.25	2.5	6.5	2.1	230	2	2

Tableau IV-1 Constantes utilisé pour représenter le courant au point de contact de la foudre et la tour

IV.3 Résultats et interprétation

IV.3.1 Distribution spatiotemporelle du courant de la foudre

La figure (IV-2) montre la forme d'onde injectée au point d'interaction entre le coup de foudre descendant et la tour (injectée au sommet de la tour) obtenue par la mise en œuvre numérique de la fonction d'Heidler (équation IV-3). De cette figure que ce courant est sous la forme d'une impulsion dont l'amplitude maximale est de valeur de 12 kA, et le temps de montée est égale à $7\mu\text{s}$.

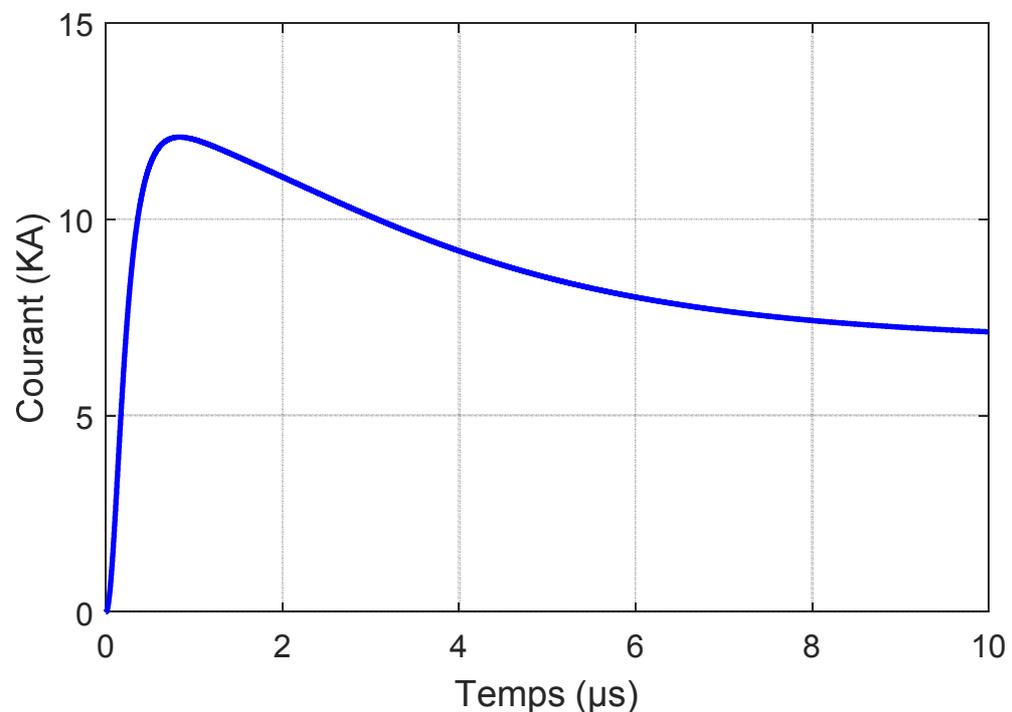


Fig. IV.2 forme d'onde injectée au point d'interaction entre le coup de foudre descendant et la tour.

La distribution spatiotemporelle des ondes de courant, au sommet et à la base de tour, et aussi à des différentes distances par rapport au sommet de la tour le long du canal de la foudre notamment à 250 m, 500 m et 750 m, est présentée sur la figure IV-3. Comme il est indiqué précédemment que ces résultats de courant sont obtenus à l'aide de la mise œuvre numérique du modèle de *Baba et Rakov*. Il est clairement remarqué que la forme d'onde obtenue à la base de la tour présente la plus grande valeur d'amplitude, car elle représente la somme de l'onde de courant descendante et celle ascendante. En plus, pour l'onde obtenue au sommet de

la tour et pour ceux calculées le long du canal de la foudre on remarque qu'ils sont caractérisés par un temps de retard correspond au temps nécessaire pour que l'onde arrive au point de calcul, ainsi atténuation a été remarquée sur ces ondes, cela est référé au modèle TL. Les multi-bosses apparient sur les formes d'onde du courant sont causées par l'interaction de l'onde original et l'onde réfléchié.

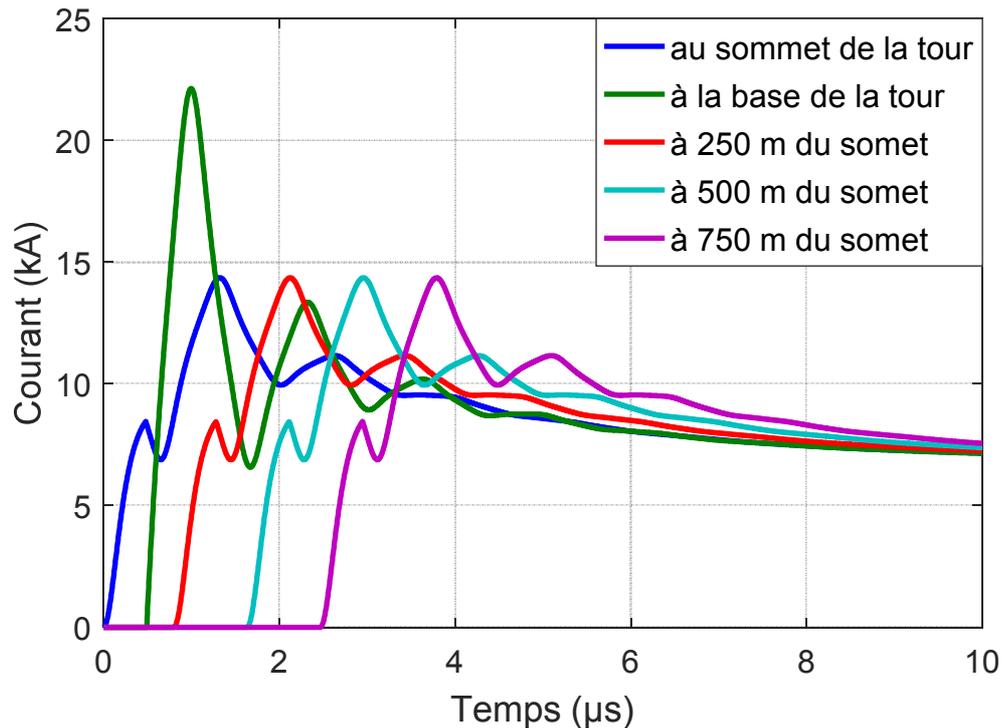


Fig. IV-3 Formes d'ondes du courant obtenues au sommet et à la base de la tour et ceux calculer à des différentes hauteurs le long du canal de la foudre.

IV-3-2 Composantes du champ électromagnétique

Les variations spatiotemporelles de la composante verticale du champ électrique sont représentées sur la figure (IV-4). Ces formes d'onde sont calculées pour quatre points d'observations (A,B,C et D) ayant une altitude de 10 m par rapport à la surface du sol et situé à des différentes distance horizontales par rapport à la tour (voir Figure IV-1). Ces résultats démontrent que le champ électrique vertical soufre d'une atténuation et un retard du temps lors qu'il se propage dans l'air.

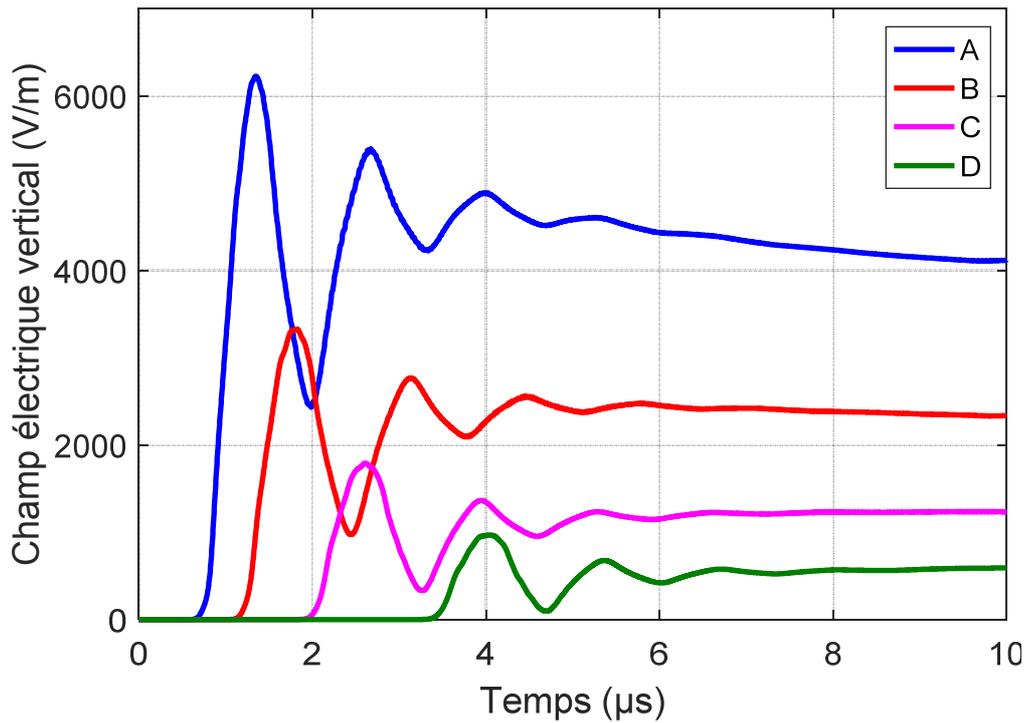


Figure IV-4 Formes d'ondes du champ électrique vertical calculées à des différentes distances par rapport à la tour (170 m, 320 m, 570, 1000m)

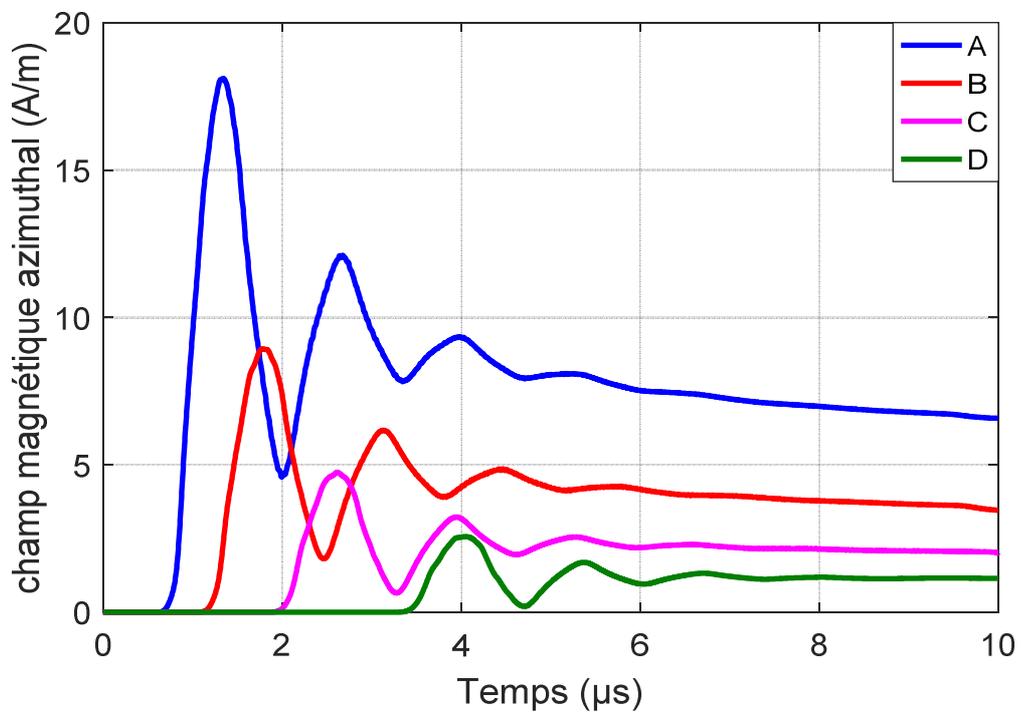


Fig. IV-5 Formes d'ondes du champ magnétique azimuthal calculées à des différentes distances par rapport à la tour (170 m, 320 m, 570, 1000m)

Chapitre IV Calcul du champ électromagnétique rayonné par l'interaction d'un coup de foudre avec une tour élevée

La figure IV-5 la composante azimuthal du champ magnétiques obtenue aux quatre points d'observation concernés par le calcul du champ électromagnétique (A, B, C et D). La aussi il est remarqué que les formes d'ondes du champ magnétique azimuthal sont caractérisées par une atténuation au niveau des amplitudes car le phénomène de la foudre est à l'origine un régime transitoire, et aussi elles sont caractérisées par un temps de retard correspond au temps que l'onde prend pour arriver au point d'observation.

IV-4 Conclusion

Dans ce chapitre la méthode 3D-FDTD à été appliquée pour évaluer la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre ainsi que les variations spatiotemporelles des composantes du champ électromagnétique générées par l'interaction d'un coup de foudre avec une tour élevée. Dans ces calculs l'hypothèse du sol parfaitement conducteur à été adoptée. Il est remarqué que le courant obtenu à l'aide du model de *Baba et Rakov* présente des résultats raisonnables. En dernier, il est intéressant de noter que l'approche basé sur la formulation de Taflove pour la méthode 3D-FDTD et les conditions aux limites UPML qui est proche de la géométrie réelle, est efficace pour ce genre d'études lié au rayonnement de la foudre en présence des objets élevés.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'objectif principal de ce travail est le calcul des composantes du champ électromagnétique rayonnées par un coup de foudre. Dans le cahier de charge relatif à ce travail nous avons spécifié la mise en œuvre de la méthode des différences finies, dans le domaine temporel en trois dimensions 3D-FDTD, associée au modèle de *Baba et Rakov* du courant d'arc en retour, pour calculer le champ électromagnétique généré par l'interaction d'un coup de foudre descendant avec une tour élevée.

Partant de ce cahier de charge, nous avons commencé par une description succincte du phénomène de la foudre et ces effets sur les réseaux électriques. En suite, nous avons présenté la modélisation du courant de la foudre, en donnant les différentes formules mathématiques décrivant le courant à la base du canal de la foudre ainsi que la distribution spatiotemporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre, les modifications appliquées aux modèles d'ingénieurs pour étudier le cas d'interaction entre un coup de foudre et une tour. En plus, les différentes méthodes de calcul du champ électromagnétique généré par un coup de foudre ont été présentées sous la forme d'un état de l'art. Dans cette simulation le sol est supposé parfaitement conducteur. Le calcul du courant est effectué au sommet de la tour et à sa base ainsi qu'à des différentes hauteurs par rapport au sommet de la tour le long du canal de la foudre. Les formes d'onde obtenues montrent l'approche utilisée pour le calcul du courant de base sur modèle de *Baba et Rakov* est très efficace et permet d'avoir des résultats logiques du point de vue amplitudes et formes d'onde. Cette dernière conclusion a été prise à l'aide des distorsions remarquées sur la forme d'onde qui sont dues aux réflexions du courant de la foudre entre le sommet de la tour et sa base, ainsi que l'amplitude maximale remarquée au niveau de la base de la tour qui est le résultat de la somme du courant descendant et ascendant le long de la tour. En plus, l'absence de l'atténuation remarquée sur les autres formes d'onde du courant relatif au modèle TL démontre la véracité de notre programme de calcul développé sur l'environnement Matlab. Le formalisme de calcul du champ électromagnétique généré par l'interaction d'un coup de foudre avec un objet élevée nous a permis d'analyser les composantes de ce champ à savoir le champ électrique vertical et le champ magnétique azimuthal. Cependant nous avons préconisé, à l'issue de cette étude, l'utilisation du modèle de *Baba et Rakov* et le calcul tridimensionnel (permettant la prise en compte la géométrie réelle du système qui est souvent complexe) associé à des conditions aux limites intéressantes (UPML) pour un calcul réaliste et raisonnable pour le calcul du courant et le champ EM associé dans un environnement complexe.

Enfin pour terminer nous espérons, il est intéressant de déclarer qu'à l'aide de ce modeste travail nous avons développé nos idées sur la foudre et son rayonnement électromagnétique ainsi que sur le danger qu'il présente pour les systèmes des réseaux électrique. Les perspectives de ce travail peuvent être :

- ✓ L'étude du couplage des réseaux électrique avec les perturbations rayonnées par un coup de foudre dans le cas de son interaction avec un objet élevé.
- ✓ La prise en compte de la conductivité finie du sol dans les calculs du champ EM.
- ✓ L'étude des géométries plus complexes

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] l'organisation internationale de normalisation ISO type atmosphère.
- [2] A. Ziane « Calcul du champ électromagnétique de foudre en présence d'un sol stratifié verticalement et d'une tour élevée », thèse de magister 2014,USTO-MB, Oran Algérie.
- [3] F. Rachidi «effets électromagnétiques de la foudre sur les lignes de transmission aériennes: Modélisation et simulation », thèse N° 974 (1991), Ecole Polytechnique Fédéral de Lausanne, Suisse.
- [4] K. Arzag « Calcul du champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre à l'aide de la méthode FDTD en 3D », thèse doctorat 2017, USTO-MB, Oran, Algérie
- [5] D. Orzan « Couplage externe et interne entre un champ électromagnétique et un réseau de ligne multifilaires » Thèse doctorat es science, EPFL, Lausan, Suisse, 1998.
- [6] V. A. Rakov et M. A. Uman « Lightning physics and effects », Cambridge University Press, 2003.
- [7] S. Rathoin « Contribution à la caractérisation du rayonnement électromagnétique de la foudre et à sa modélisation en vue du couplage sur les câbles », Thèse Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, France, 1993.
- [8] X. Qie, R. Jiang et P. Laroche « Triggering Lightning Experiments: an Effective Approach to the Research of Lightning Physics » Aerospace Lab Journal, issue 5, Dec. 2012.
- [9] V. A. Rakov, D. E. Crawford, V. Kodali, V. P. Idone, M. A. Uman, G. H. Chnetzer, et K. J. Rambo « Cutoff and reestablishment of current in rocket-triggered lightning » Journal of Geophysical Research , Vol. 108, NO. D23, 2003.
- [10] A. Mimouni « Analyse des problèmes de compatibilité électromagnétique par modélisation et simulation du rayonnement électromagnétique de la foudre », Thèse Doctorat En Sciences, UST « MB » d'Oran, Algérie, 2007.
- [11] Joint CIRED/CIGRE working group 05 « Protection of MV and LV networks against lightning. Part I, Part II » IEE, N.438, June 1997
- [12]C. Gary « Les propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions » Edition EYROLLES, Paris.

- [13] Joint CIRED/CIGRE working group 05 «Lightning Protection of distribution networks Part II : application to MV networks » IEE, N.438, june 1997.
- [14] S.Rusck, «Induced lightning over voltages on power transmission lines with special reference to the over voltage protection of low voltage networks» Thèse PHD, Institut Royal de Stockholm, Suède1958.
- [15]G. Diendorfer, and M. A. Uman “An improved return stroke model with specified channel base current”, *Journal Of Geophysical research*, 95(D9), pp. 13621-13644, 1990.
- [16] V.A.Rakov, “Lightning return stroke speed”, *Journal Of Lightning Research*, Vol.1, pp.80-89,2007.
- [17]V. A. Rakov, and M. A. Uman, “Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspect of their application”, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility* , Vol. 40, n. 4, Nov. 1998, pp. 403 - 426.
- [18]F. Rachidi, Modeling lightning return strokes to tall structures: A review, *Journal of Lightning Research*, Vol. 1, pp 16 -31, 2007.
- [19]Y. Baba, M. Ishii, Numerical electromagnetic field analysis of lightning current in tall structures, *IEEE Tran. On power delivery*, Vol. 16, No. 2, pp. 324-328, April 2001.
- [20] A.Sommerfeld, “Uber die ausbraitang der wellen in der drahtlosen telegraphie”, *Annal Physic*, Vol. 28, 665, 1909.
- [21]A. Baños “Dipole radiation in the presence of a conducting half-space”, Oxford, 1966.
- [22] M. A. Uman, D. K. Mclain, E. P. Krider, “The electromagnetic radiation from a finite antenna”, *American Journal of Physics*, Vol. 43, pp. 33 – 38, 1975.
- [23] C. Leteinturier, “Champ électromagnétique émis par une décharge orageuse. Modèle théorique intégrant les variations de la résistivité du sol”, Centre National d’Etude de télécommunications, Note technique, NT/LAA/RLM/66, Nov. 1980.
- [24] M. Rubinstein, “An approximate Formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate, and long range”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 38(3), pp. 531-535, 1996.

- [25] V. Cooray, “Horizontal fields generated by return strokes”, *Radio Science*, Vol. 27, n°. 4, pp. 529-537, 1992.
- [26] V. Cooray, “Underground electromagnetic fields generated by the return strokes of lightning flashes”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 43 (1), pp. 75-84, 2001.
- [27] F. Delfino, R. Procopio, M. Rossi, F. Rachidi, and C.A. Nucci, “Evaluation of underground lightning electromagnetic fields,” *International Symposium on Electromagnetic Compatibility EMC Europe 2006*, September 4-8, 2006, Barcelona, Spain.
- [28] J. R. Wait, “Radiation from a vertical electric dipole over a stratified ground,” *I.R.E. Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-1, no. 1, pp. 9–11, Jul. 1953.
- [29] J. R. Wait, A. Hill, “Ground Wave of an Idealized Lightning Return Stroke” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 9, Sept. 2000, pp1349-1353.
- [30] J. R. Wait, “*Electromagnetic Waves in Stratified Media*”. Oxford, U.K.: IEEE Press, 1996.
- [31] V. Cooray and K. L. Cummins, “Propagation effects caused by stratified ground of electromagnetic fields of return strokes”, presented at the 20th Int. Lightning Detection Conf. 2nd Int. Lightning Meteorology Conf., Tucson, AZ, USA, 2008.
- [32] F. Delfino, R. Procopio, M. Rossi, A. Shoory, and F. Rachidi, “Lightning electromagnetic radiation over a stratified conducting ground: Formulation and numerical evaluation of the electromagnetic fields”, *Journal of Geophysical Researches*, Vol. 116, pp. D04101-1–D04101-8, 2011.
- [33] A. Shoory, F. Rachidi, F. Delfino, R. Procopio, and M. Rossi, “Lightning electromagnetic radiation over a stratified conducting ground—Part 2: Validity of simplified approaches”, *Journal of Geophysical Researches*, Vol. 116, 2011.
- [34] A. Mimouni, F. Rachidi, and M. Rubinstein, “Electromagnetic fields of a lightning return stroke in presence of a stratified ground”, *IEEE Transaction Electromagnetic Compatibility*, vol. 56, no. 2, pp. 413–418, Apr. 2014.

- [35] K. S. YEE, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media”, IEEE Trans. Antennas and Propagation. vol. AP-14, n. 3, May, 1966, pp 302-307.
- [36] C. F. Barbosa, J. O. S. Paulino, and W. C. Boaventura, “A time-domain method for the horizontal electric field calculation at the surface of two-layer earth due to lightning”, IEEE Transaction Electromagnetic Compatibility, vol. 55, no. 2, pp. 371–377, Apr. 2013.
- [37] J. Paknahad, K. Sheshyekani, F. Rachidi, M. Paolone, “Lightning Electromagnetic Fields and Their Induced Currents on Buried Cables. Part II: The Effect of a Horizontally Stratified Ground”, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 56, no 5, pp 1146-1154, Oct. 2014.
- [38] K. Sheshyekani, J. Paknahad “Lightning Electromagnetic Fields and Their Induced Voltages on Overhead Lines: The Effect of a Horizontally Stratified Ground”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 30, no. 1, feb. 2015.
- [39] A. Taflové “Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method”, first Edition, Artech House, Boston, USA, 1995.
- [40] K. Arzag, B. Ghemri, Z. Azzouz, “Lightning Electric and Magnetic Fields Computation using the 3D-FDTD Method and Electromagnetic Models in Presence of Different Ground Configurations”, IEEJ. Trans. On Power and Energy, Vol. 138, NO. 5, pp 315-320, Mai, 2018.
- [41] K. Arzag, Z. Azzouz, Y. Baba, B. Ghemri, “3D Computation of lightning electromagnetic fields in the presence of a horizontally stratified ground, International Journal of Power and Energy Systems”, Vol. 37, No. 4, pp 120-128, 2017.
- [42] A. Shoory, F. Rachidi, V. Cooray, R. Moinil, S.H.H. Sadeghi, “On simplified approaches for the evaluation of lightning electromagnetic fields above a stratified ground”, X international Symposium on Lightning Protection 9-13 November, 2009 – Curitiba, Brazil
- [45] Y. Baba, V. A. Rakov “Electromagnetic methods for lightning surge protection”, Edition Wiley, 2016.
- [46] R. Courant, K. Friedrichs, et H. Lewy, « Uber die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen physik », Mthematice Annalen, Vol. (100), no 1, pp 32-74, 1928.

- [47] T. Noda, A. Tatematsu, S. Yokoyama, “Improvement of an FDTD based surge simulation code and its application to the lightning overvoltage calculation of a transmission tower”, Electric power systems research, ELSEVIER, EPSR-2416, 2006.
- [48] Z. P. Liao, H. L. Wong, B. P. Yang, Y. F. Yuan, “A transmitting boundary for transient wave analysis”, Scientia Sinica, A27 (10): 1063 – 1076, 1984.
- [49] J. P. Berenger, “A perfectly matched layer for absorption of electromagnetic waves”, Journal of Computational Physics. vol.114, 1994, pp 185-200.
- [50] K. Arzag, Z. Azzouz, Y. Baba and B. Ghemri “3-D FDTD computation of the electromagnetic fields associated with lightning strikes to a tower climbed on a trapezoidal mountain”, IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, Vol. 63, No. 3, pp. 606-616, Jun 2019.